



# EL PAPEL DEL LENGUAJE EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

The Role of Language when Learning Math

O papel da linguagem no aprendizado das matemáticas

RECIBIDO: 22 DE ENERO DE 2015

EVALUADO: 13 DE FEBRERO DE 2015

ACEPTADO: 7 DE ABRIL DE 2015

Santiago Delgado Coronado (México)  
Doctor en Educación.  
Universidad Continente Americano Abasolo  
[sdc\\_1966@hotmail.com](mailto:sdc_1966@hotmail.com)

es

## RESUMEN

El propósito del presente artículo es analizar la necesidad de comprender el lenguaje matemático para lograr un aprendizaje de calidad, entendido como el desarrollo de capacidades para el dominio de códigos culturales básicos, la participación democrática, el desarrollo de la capacidad para resolver problemas y seguir aprendiendo y el desarrollo de valores y actitudes acordes con una sociedad que prevea una mejor calidad de vida para sus habitantes. Asimismo, se establece la existencia de una ruptura entre el proceso de asimilación y la capacidad de comprensión del alumno para generar un aprendizaje significativo de las matemáticas, aunada a la metodología de enseñanza puesta en práctica por el docente dentro del aula para lograr mayor eficacia en el desarrollo del proceso de aprendizaje. Se desarrolló un diseño experimental con un grupo de estudio. Dado que se consideró una muestra de tipo no probabilístico que seleccionó a los investigados de acuerdo con las características que requiere el problema, se estimó que los participantes serían alumnos de cuarto y quinto grado de un centro escolar nivel primario. De la misma manera, se realizó un análisis interpretativo de episodios de las formas de enseñanza desarrolladas por el profesor dentro del aula.

**PALABRAS CLAVE:** lenguaje, aprendizaje, significado, comprensión, enseñanza de las matemáticas.

en

## ABSTRACT

This article aims to analyze the need to understand mathematical language in order to achieve quality learning, understood as the development of capacities to control basic cultural codes, the democratic participation, the development of the problem solving capacity in order to keep learning, and the development of values and attitudes that go in line with the society and its parameters. Likewise, we establish the existence of a breach between the assimilation process and the understanding capacity of a student in order to learn math. All this combined with the teaching method of the teacher in the classroom to make the learning process more efficient. We developed an experimental design with a study group by using a non-probability sampling and selecting the researchers based on the characteristics required by the problem. The candidates were students of fourth and fifth grade. We also carried out an interpretative analysis of the teaching styles developed by the teacher within the classroom

**KEYWORDS:** language, learning, meaning, understanding, math teaching.

por

## RESUMO

O propósito do presente artigo é analisar a necessidade de compreender a linguagem matemática para conseguir um aprendizado de qualidade, entendido como o desenvolvimento de capacidades para o domínio de códigos culturais básicos, a participação democrática, o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas e seguir aprendendo e o desenvolvimento de valores e atitudes acordes com uma sociedade que preveja uma melhor qualidade de vida para os seus habitantes. Mesmo assim, estabelece-se a existência de uma ruptura entre o processo de assimilação e a capacidade de compreensão do aluno para gerar um aprendizado significativo das matemáticas, aunada à metodologia de ensino posta em prática pelo docente dentro da sala de aula para conseguir maior eficácia no desenvolvimento do processo de aprendizado. Desenvolveu-se um desenho experimental com um grupo de estudo. Considerando uma amostra de tipo não probabilístico selecionando aos investigados de acordo com as características que requer o problema, se considerou que os participantes seriam alunos de quarta e quinta séries de um centro escolar nível primário. Da mesma maneira, se realizou um análise interpretativo de episódios das formas de ensino desenvolvidas pelo professor dentro da sala de aula.

**PALAVRAS CHAVE:** linguagem, aprendizado, significado, compreensão, ensino das matemáticas.

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO / TO CITE THIS ARTICLE / PARA CITAR ESTE ARTIGO:**

Delgado Coronado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42.

## INTRODUCCIÓN

Las matemáticas se han considerado como una asignatura de alto nivel de complejidad, por tanto muchas personas desarrollan en su vida escolar actitudes negativas hacia esta asignatura, y ven condicionadas sus elecciones escolares y profesionales por sus dificultades para dominarlas. Cockcroft (1985), citado por Riviere (1990, p. 155), señala que un gran porcentaje de alumnos presentan dificultad para acceder al aprendizaje de las matemáticas, experimentan frustraciones, temores e insatisfacciones.

Chevallard (1985), Grugeon (1995), Vergnaud, Cortés y Favre-Artigue (1987), Kieran y Filloy (1989), citados en Papini (2003, p. 43) indican que, al analizar el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de nuestros alumnos en el área de las matemáticas, se considera que existe una ruptura cognitiva esencial, un obstáculo en la capacidad de su racionalidad matemática, el estudiante no logra comprender los planteamientos que atiende académicamente y, en consecuencia, se le dificulta diseñar y aplicar alternativas o estrategias de solución a los problemas que la vida cotidiana le presenta.

## QUÉ REFLEJAN LAS EVALUACIONES INTERNACIONALES

Los referentes de evaluaciones internacionales (PISA)<sup>1</sup> señalan la existencia de serias dificultades en esta asignatura, un gran porcentaje de evaluados se encuentra en el nivel uno, el cual establece que los conocimientos que poseen son insuficientes o bajos para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.

Si se analiza el caso de México, este presenta una media de 413 puntos ubicado en el lugar 53 de 65 países participantes. El 27.8 % de los evaluados se ubica en el nivel uno; en tanto que 13.9 %, en el nivel dos de los seis niveles de desempeño, que identifica el mínimo adecuado para desenvolverse en la sociedad contemporánea.

En relación con la prueba Enlace de carácter nacional, ella establece cuatro niveles de desempeño: insuficiente, elemental, bueno y excelente. En los resultados en 2013, último de su aplicación, 51.2 % de los alumnos

evaluados se encuentra en los niveles elemental e insuficiente, y 48.8 %, en los niveles bueno y excelente. Es preciso mencionar que en el nivel insuficiente aún se encuentra 12.4 %, en el elemental 38.8 %, en el bueno 29.0 % y en el excelente 19.8 %, por tanto,

se considera necesario fortalecer los niveles buenos y excelentes.

En México, se han establecido ciertos rasgos de normalidad mínima, es decir, los requerimientos mínimos que un alumno debe adquirir para justificar su estancia en el grado escolar correspondiente. Uno de ellos, y que se relaciona con el tema de este artículo, establece que los alumnos deben consolidar el dominio de la lectura, la escritura y las matemáticas de acuerdo con el grado en el que se encuentran; en este aspecto se observan deficiencias: un poco más de la mitad de los estudiantes se encuentra en los niveles de aprendizaje insuficientes y elementales, solo un reducido porcentaje alcanza el nivel bueno y excelente.

## UNA PERSPECTIVA EPISTEMOLÓGICA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Es pertinente realizar un análisis epistémico sobre la didáctica de las matemáticas planteando una cuestión que nos pueda indicar la perspectiva que se tiene sobre el origen del conocimiento de esta asignatura: ¿las matemáticas se crean o se descubren? Cohn (1993), citado en Riviere (1990, p. 157), señala que las matemáticas son creación y descubrimiento.

La primera opción nos orienta a considerar que las matemáticas se encuentran en el interior del ser humano, que solo es necesario hacer un acto de reminiscencia para generarlas, en tanto que el segundo nos indica que el conocimiento se encuentra en el exterior del hombre, en el medio social y es posible descubrirlo mediante la vivencia de las experiencias, ya que todas las personas del mundo estamos expuestas a información o contenidos matemáticos; por ejemplo, se requiere descifrar una gráfica en el periódico para obtener información sin depender del periodista para su interpretación, es necesario participar críticamente en decisiones cívicas mayores como el cambio a fuentes más ecológicas de energía, comprender las reglas para elegir representantes populares, participar en discusiones sobre la distribución del presupuesto nacional, relacionar los números, etcétera.

<sup>1</sup> Programme for International Student Assessment (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes).

La epistemología del conocimiento matemático surge de la realidad misma, de la necesidad de resolver problemas de la vida cotidiana; las matemáticas son fruto del pensamiento humano (Bastero, 1999, p. 455) y, por ende, debe contribuir a resolver los problemas que se presenten y atender a las necesidades de supervivencia humana, por tanto, una educación matemática de calidad debe proporcionar a los estudiantes las herramientas que les permitan actuar en una variedad de situaciones de la vida diaria (Bronzina, Chemello y Agrasar, 2009).

Dentro de la idoneidad epistémica, Godino (2010, p. 4) considera el lenguaje como un componente esencial de las matemáticas. Establece como indicadores el uso de diferentes modos de expresión algebraica, un nivel de lenguaje adecuado a los estudiantes a los que se dirige, además de propuestas de situaciones de expresión matemática e interpretación, por lo cual el profesor debe establecer una comunicación efectiva y una reflexión consciente de los conceptos matemáticos durante el proceso de enseñanza; el aprendizaje de las matemáticas depende mucho de un lenguaje y símbolos propios y específicos. Markarian (2003), citado en Godino (2010, p. 6), afirma que estos lenguajes y simbolismos las hacen a su vez más inaccesibles.

### **QUÉ SIGNIFICA APRENDER MATEMÁTICAS**

Perrenaud (2002), establece que el término *aprendizaje* se debiera entender como un proceso de apropiación de un conjunto de conocimientos, desarrollo de habilidades y generación de actitudes para ponerlos en práctica y solucionar los problemas que se presenten en cualquier situación determinada. Se entiende que no podrá existir una apropiación del conocimiento matemático si el alumno no le encuentra un sentido, un significado, si no entiende o comprende lo que el planteamiento le establece; la esencia del entendimiento de un concepto consiste en tener una representación mental o modelo que refleje su estructura.

En el ámbito de la educación matemática, Lacués (2010, p. 30) establece que James Kaput aparece como representante del punto de vista de los sistemas de símbolos. Comienza por definir un esquema de símbolos como una colección realizable concretamente de caracteres, junto con reglas más o menos explícitas para identificarlos y combinarlos.

En efecto, esta asignatura se ha desarrollado en función de un lenguaje simbólico, por lo cual se han construido modelos que propician la elaboración de representaciones mentales en los estudiantes. Así, según la necesidad de poder simplificar los procesos de solución de la problemática existente, se diseñan planteamientos de acuerdo con el lenguaje matemático, que es difícil de comprender por un gran porcentaje de estudiantes; esto es lo que la proyecta como una asignatura difícil de entender y, en consecuencia, un área de conocimiento con resultados deficientes.

Mirando a las matemáticas como una práctica semiótica, actividad de simbolización y uso reglado de sistemas de signos, la actividad matemática oprime el espesor semiótico en torno a los códigos específicos sin eliminar su pluralidad. En este aprisionamiento en torno a un código privilegiado, se gana en potencia (Chevallard, 1989, p. 61); efectivamente, se amplía la potencia de las matemáticas porque permite comunicar por medio de planteamientos su abstracción, pero el desconocimiento y la pluralidad de los códigos y símbolos utilizados provocan la incomprensión y el nulo entendimiento de los planteamientos matemáticos.

Es importante señalar que, para lograr comprender cualquier planteamiento, es preciso realizar una lectura de él, considerando lo que establece Solé (1992, p. 58), que es establecer un diálogo con el texto y dialogar es establecer un proceso de comunicación, por tanto, en todo proceso de enseñanza - aprendizaje es imprescindible entablar ese proceso de comunicación que implica la existencia de un entendimiento del mensaje que se emite. En las matemáticas o cualquier otra asignatura, el proceso se rompe, no existe diálogo mientras no exista comprensión ni entendimiento en ese proceso de comunicación.

Las personas construimos conocimientos a partir de nuestras experiencias, creencias e ideas previas, que en su conjunto conforman lo que Novack (1988) denomina “estructuras conceptuales” (Silva y Rodríguez, 2010, p. 23). El proceso se complica cuando el planteamiento está diseñado basado en el lenguaje matemático; si el estudiante no lo conoce, no está familiarizado con él, será como el alumno que no sabe leer ni escribir con el lenguaje convencional; por tanto, si no ha desarrollado estas competencias, no podrá existir ese proceso de

comunicación y, en consecuencia, no habrá aprendizajes con significado.

Al inducir el aprendizaje a la sola mecanización de procedimientos, el alumno podrá resolver un algoritmo de manera mecánica, pero será incapaz de comprender la utilidad de dicho algoritmo, se le dificultará utilizarlo para encontrar la solución a un problema, de la misma manera le será imposible diseñar planteamientos donde se usen determinadas operaciones.

El desarrollo de las matemáticas es una imagen de la lucha eterna por lograr un mayor entendimiento (Alsina, 2007, p. 11); se considera que para lograr un aprendizaje de calidad es preciso que el alumno entienda y comprenda lo que aprende.

Existen subprocesos que revisten gran importancia dentro del proceso de aprendizaje de las matemáticas. En primer instancia, la intuición matemática reposa sobre visualizaciones mentales de objetos matemáticos (figuras, movimientos, gráficos), para lo cual es necesario el uso de material concreto. En segundo término, es complicado seguir o desarrollar un razonamiento matemático por falta de imaginación: difícilmente empezamos a razonar correctamente si antes no somos capaces de formar en nuestra imaginación unas referencias o vislumbrar unos caminos para deducir algo. Por último, resolver problemas es un motor esencial de la educación matemática (Alsina, 2007, p. 13).

Si bien es cierto que el hacer matemático conlleva una faceta de creación e invención de reglas gramaticales para el uso de símbolos y expresiones, también supone descubrimiento de regularidades (patrones) en el mundo empírico y en el propio mundo matemático, que son el motivo de sus inventos (Markarian, 2003, p. 13). Es en este espacio donde se refuerza la tesis: el lenguaje que las matemáticas crea e inventa con el propósito de simplificar procedimientos requiere ser conocido y comprendido por el estudiante para poder encontrar un significado y así generar un aprendizaje.

Todo procedimiento matemático es producto de regularidades, es decir, el nacimiento de una fórmula se debe a que ese procedimiento es generalizable en su aplicación. Tales regularidades persuaden de la conveniencia de extender el sistema conceptual en una cierta dirección.

Si el docente conoce los factores que intervienen en el razonamiento humano y el grado de dificultad intrínseco de los conceptos matemáticos, seguramente logrará mejores resultados de aprendizaje (González, 2011, p. 16).

Recordemos que el entendimiento o la comprensión de las ideas matemáticas no es un proceso final, sino dinámico, que se va robusteciendo en función de la necesidad de responder y resolver series de cuestionamientos que emerjan dentro y fuera de la propia comunidad de aprendizaje (Santos, 2007, p. 26).

Como se ha señalado en el párrafo anterior, comprender implica encontrar un significado en el planteamiento analizado, por tanto, corresponde a la labor del docente guiar y ayudar a nuestros alumnos a encontrar dicho significado. Una de las funciones de la didáctica de las matemáticas es identificar el significado que los alumnos atribuyen a los términos y símbolos matemáticos, a los conceptos y las proposiciones, así como explicar la construcción de estos significados como consecuencia de la instrucción.

El concepto de ‘significado’ ha tenido un papel muy relevante no solo en la asignatura de las matemáticas, sino en todo el proceso educativo. Araujo (1988, p. 133) establece que, para que se logre un buen aprendizaje, es necesario que el conocimiento que se genere presente un significado para el estudiante, que él le encuentre un sentido práctico, que le sea útil; por tanto, el *significado* es la palabra clave de la problemática de la investigación de la didáctica de las matemáticas (Balacheff, 1990, citado en Godino, 2010, p. 2).

Sierpinski (1990), citado en Godino (2010, p. 3), relaciona íntimamente el concepto de ‘significado’ con el de ‘comprensión’:

Comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado. Este acto será probablemente un acto de generalización y síntesis de significados relacionados a elementos particulares de la “estructura” del concepto, es decir, para encontrar el significado de cualquier concepto es preciso establecer la relación entre una representación o esquema y el significado que se le pueda dar al mismo.

Palmer (1978), citado en Lee y Sherin (2005, p. 27, 35), establece que la noción de representación implica la aceptación de la existencia de dos mundos: uno representado y otro representante, es decir, la existencia de un significativo y un significado que se relacionan entre sí. “Estos significados particulares tienen que ser captados en actos de comprensión” (p. 27). “La metodología de los actos de comprensión se preocupa principalmente por el proceso de construir el significado de los conceptos” (p. 35).

### *UNA VISIÓN DESDE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS*

Desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas, el foco de la enseñanza está puesto en la motivación y gestión del conocimiento por parte del estudiante; él debe desarrollar la capacidad a fin de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos para interpretar y comprender el mundo real. Es decir, la enseñanza de las matemáticas ha dejado de estar centrada en el aprendizaje de algoritmos y procedimientos de cálculo o en el uso de la resolución de problemas solo como elemento de control de lo aprendido (Bronzina, Chermello y Agrasar, 2009). En consecuencia, apropiarse de esta asignatura implica resolver problemas, ser capaces de analizar planteamientos para comprenderlos y así diseñar estrategias para solucionarlos.

Aprender matemáticas requiere el desarrollo de competencias que le permitan al estudiante diseñar planteamientos en el lenguaje matemático, ya que las operaciones que las constituyen solo son herramientas que permiten solucionar cualquier situación problemática que se presente, por tal motivo es indispensable y necesario conocer y entender este lenguaje para establecer un proceso de comunicación, donde podamos comprender lo que nos plantea el problema y así solucionarlo.

Considerando lo que establece Piaget (1964, p. 33), el conocimiento es físico, lógico y social; es físico a causa de que debe ser objetivo, experimentable y demostrable; es lógico porque se establece un proceso de acomodación de esquemas mentales, y es social porque son convencionalismos, es decir, un sector de la sociedad conviene o se pone de acuerdo para establecer el diseño de un procedimiento, y es en este apartado donde debe existir unificación de criterios y orientar el sistema conceptual en una sola dirección.

Brun (1994), citado en Papini (2003, p. 44), establece que la didáctica de las matemáticas adopta para su propia problemática una posición constructivista e interaccionista, que sigue las huellas de la epistemología genética piagetana y nutre el punto de vista interaccionista con las ideas de Vigotsky; desde esta segunda postura, aprender matemáticas implica saber resolver cualquier problema que se presente en cualquier situación dada.

Durante el desarrollo del proceso enseñanza - aprendizaje interviene un gran número de variables, que pueden ser factores para el logro de aprendizajes con alto nivel de calidad; en algunos casos se podrá deber a fenómenos de tipo didáctico, en otros, a la ruptura de procesos de adaptación entre los conocimientos previos que el alumno ya posee y los nuevos que pretende adquirir.

Desde el punto de vista de lo didáctico, la metodología de la enseñanza señala que un posible elemento que explica el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas es la ignorancia de los docentes en relación con los esquemas de conocimiento que necesitan los alumnos para darles significado a los contenidos, así como de los modelos de conocimiento implícito de los niños sobre estos; más aún, los docentes plantean a los niños de manera prematura el uso del lenguaje convencional y los algoritmos, sin reconocer que se necesitan ciertos esquemas para darles sentido al lenguaje simbólico y a las reglas de cálculo. Por tanto, los saberes así aprendidos solo sirven en el contexto escolar y no funcionan como herramientas para resolver problemas en la vida cotidiana (León y Fuenlabrada, 1996, p. 269).

Desde una mirada interdisciplinaria, las limitaciones más serias que se reportan en el desarrollo del proceso y que provocan las deficiencias en los niveles de aprendizaje son la falta de conocimientos conceptuales previos (lagunas en el conocimiento), un problema importante de comprensión lectora, un limitado repertorio de estrategias de resolución, el uso de estrategias irreflexivas ante problemas de alto nivel de dificultad, así como realizar operaciones aunque carezcan de sentido; por tanto, es necesario promover que los alumnos construyan nociones y procedimientos matemáticos como recursos propios y no recetas (Silva y Rodríguez, 2010, p. 23).

Chevallard (1989, p. 53) establece que, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, es preciso 1) definir las variables del sistema que se

pretende estudiar, 2) posteriormente se debe construir un modelo o planteamiento para establecer las relaciones de estas variables y 3) actuar sobre el modelo para interpretarlo o comprenderlo a fin de producir conocimientos o plantear una solución. La comprensión supone entender la pregunta, discriminar los datos y las relaciones entre estos para entender las condiciones en las que se presentan. Si los conocimientos previos son clave, la comprensión es determinante para el logro de los aprendizajes. Silva y Rodríguez (2010, p. 24) consideran que, si no se logra comprender el lenguaje con el que se desarrolla las matemáticas, el alumno no podrá acceder a su aprendizaje.

En el presente artículo, se establece la tesis de la existencia de una ruptura en el proceso de enseñanza y de aprendizaje por la falta de comprensión del lenguaje algebraico, el cual dificulta el proceso de asimilación de las nuevas experiencias y la acomodación de los nuevos referentes para fortalecer los esquemas mentales y así lograr la puesta en práctica de lo adquirido en la resolución de problemas que plantea la vida cotidiana.

### *UNA PERSPECTIVA DESDE LA NEUROLOGÍA*

Desde la perspectiva de la neurología, se han considerado diversas causas para explicar las dificultades graves de aprendizaje que presentan algunas personas. Por ejemplo, Cohn (1961, 1971), citado en Riviere (1990, p. 157), formuló la hipótesis de que las dificultades de aprendizaje de las matemáticas formarían parte de una disfunción lingüística más general, producida por una falta de coordinación de diversos sistemas neurológicos complejos. Otros investigadores han tratado de definir lo que podríamos llamar una discalculia específica de evolución independiente de las alteraciones del lenguaje o la lectura. Así, Slade y Russel (1971) y Money (1973), citados en Riviere (1990, p. 157), sugieren que la discalculia se relaciona con dificultades en funciones visoespaciales dependientes de los lóbulos parietales.

### *LA PERSPECTIVA SOCIOCONSTRUCTIVISTA*

Desde la perspectiva socioconstructivista, se expresa la necesidad de que lo aprendido en el aula sea puesto en práctica en la vida cotidiana para solucionar la problemática que se presente, ya no es suficiente con que el alumno construya su propio conocimiento, sino que ahora es necesario que lo ponga en práctica para atender

los requerimientos de la sociedad actual; esta es la esencia de las matemáticas.

La función propia de las matemáticas debiese servir como herramienta para diseñar posibles soluciones a problemas que se presenten. Wittgenstein (1956), citado en Godino (2010, p. 6), hace hincapié en que la dimensión constructiva de esta asignatura y su aspecto convencional y creativo son la única vía para explicar el carácter necesario de las proposiciones matemáticas.

Ahora bien, ¿cómo explicar la eficacia de las matemáticas para resolver problemas empíricos? Nos parece que reconocer la existencia de ciertas regularidades en el mundo que nos rodea, las cuales son la motivación de la adopción de las convenciones algebraicas, abre la vía al reconocimiento de la dimensión heurística de las matemáticas. Pensamos que la motivación de las estructuras matemáticas proviene de las regularidades perceptibles sobre el mundo que nos rodea. Por ejemplo, la curva normal de probabilidades es una de las estructuras matemáticas que organiza las regularidades observables en los errores de medición.

### *METODOLOGÍA*

El trabajo presentado se desarrolló en dos momentos. En el primero se realizó un experimento con los alumnos de los grados 4º y 5º de una institución educativa de nivel básico, se planteó un problema diseñado de dos formas: uno estructurado con elementos propios del lenguaje matemático del tipo  $7 + x = 23$ , es decir, con números y usando letras para representar cantidades perdidas; el otro estructurado con el lenguaje cotidiano del tipo “Juan tiene 7 pelotas pero quiere completar 23, ¿cuántas pelotas le faltan para completan la cantidad que quiere?”. El segundo momento se refirió al análisis de episodios de enseñanza de esta asignatura puesto en práctica por los docentes en el aula, el cual consideró como unidades de análisis: la forma de abordar el tema, la manera de retomar los conocimientos previos y la manera de desarrollar el proceso.

Participaron alumnos inscritos en los grados 4º y 5º de educación primaria, algunos de ellos con buenos promedios en la asignatura, otros con promedios elementales y de la misma manera alumnos con promedios insuficientes. La selección de los grupos fue intencional,

considerando que el nivel de contenidos revisados en esos grados permite al alumno tener las habilidades y los conocimientos aritméticos básicos para resolver un problema que implica conjugar la operación de la suma con su operación inversa, es decir, al llegar a estos grados, los alumnos ya deberían dominar las operaciones básicas de la aritmética.

### *ANÁLISIS DE DATOS*

Al presentar a los alumnos el ejercicio  $7 + x = 23$ , se les dio la consigna de buscar un número perdido, el cual era representado por el literal  $x$ . El 100 % de los investigados no logró encontrar el valor buscado: 38 % manifestó no haber entendido qué es lo que iba a hacer, 46 % confundió el literal  $x$  con el signo de la multiplicación y 16 % expresó no saber cómo hacer esa operación.

La primer respuesta se valora de la siguiente manera: no existe una comprensión o entendimiento del lenguaje matemático por su desconocimiento. El alumno lo observó, lo asimiló, pero jamás existió el proceso lógico de la acomodación, puesto que no se reflejó ningún significado para él, simplemente vio números, grafías, formas, pero no comprendió lo que el lenguaje matemático le pedía.

La segunda respuesta manifiesta que los alumnos presentan conocimientos previos, es decir, conocen uno de los muchos significados que puede presentar el literal  $x$ . Este porcentaje de alumnos consideró que la operación que se tenía que realizar era una multiplicación, percepción que muestra dos vertientes de análisis: la primera señala que el lenguaje matemático pudiese ser tan relativo que un mismo literal puede presentar innumerables conceptualizaciones que logra confundir a los estudiantes, hecho que pudiese centrarse en el convencionalismo social que presenta el lenguaje matemático; y la segunda que el aprendizaje de las matemáticas se centra en la aplicación solo de los algoritmos.

En la tercera respuesta vertida, se observa que la enseñanza que recibe el alumno dentro del aula es procedimental, es decir, el alumno aprende a desarrollar meros procedimientos para resolver problemas que el docente plantea en el salón de clases.

Bien es sabido que el trance de los conceptos aritméticos a los algebraicos es lento y complejo, que se requiere el desarrollo de ciertas habilidades, por tanto, es ahí donde se centra el eje de esta tesis, y por lo que se debe propiciar, desde las estrategias de enseñanza, encontrar sentido a las expresiones matemáticas para comprender el lenguaje y así entender el planteamiento de cualquier problema.

Posteriormente, se les presentó el mismo problema, planteado en forma de enunciado acompañado de la pregunta correspondiente: “Juan tiene 7 pelotas, pero quiere completar 23, ¿cuántas pelotas le faltan para completar la cantidad que quiere?”.

El resultado fue sorprendente, 92 % de los investigados logró encontrar la respuesta correcta. Se les planteó la pregunta: “¿Por qué este sí pudiste contestarlo correctamente y el otro no?”, y las respuestas recibidas fueron: “Este está más fácil”, “El otro estaba muy difícil”, “Al otro no le entendí nada”. Además se pudo observar que cada uno de los investigados diseñó su propio proceso de solución al problema. Así, se observa que, al plantear el problema con el lenguaje que comúnmente se utiliza para comunicarse, el alumno entiende lo que el problema le está solicitando realizar, el lenguaje matemático es poco familiar para el estudiante, es muy abstracto y complejo, por tanto, dificulta al estudiante comprender lo que el problema está planteando.

En el desarrollo del proceso, se constata que el alumno pone en juego sus capacidades de comprensión y entendimiento, ya que, al leer el planteamiento con el lenguaje cotidiano, el estudiante comprendió el propósito del problema y pudo encontrar una solución; en cambio, al observar el planteamiento con un lenguaje matemático, mostró dificultad, se reflejó incertidumbre, no se logró entender lo que tenían que realizar. Es importante señalar que, cuando se les planteó el problema con el lenguaje cotidiano, los alumnos mostraron su capacidad para poner en juego sus propios procedimientos, hecho que indica que comprendieron el problema y buscaron sus propias alternativas de solución.

Al realizar el análisis de los episodios de enseñanza, considerando como unidades de análisis la forma de abordar el tema, la manera de retomar los conocimientos previos y la manera de desarrollar el proceso, se constataron las siguientes cuestiones. Ejemplo uno,

la profesora se dirige a sus alumnos dando la siguiente consigna: “Vamos a jugar con el tangram, vamos a formar un cuadrado”. La profesora solo observó el proceso en cada una de las mesas de trabajo, en algunos casos los alumnos solo jugaron con el material, no lograron formar la figura solicitada; el análisis establece que la docente no expresó si con anterioridad ya se había trabajado el concepto de cuadrado, solo se observó el proceso lúdico sin considerar la existencia del conocimiento de la figura.

En el ejemplo dos, la profesora, desarrollando la clase de suma de fracciones, se dirige al grupo: “Recuerden, la clase pasada ya platicamos que las cosas se pueden dividir en varias partes; por ejemplo, dibuja un cuadrado y lo divides en cuatro partes, a cada una de ellas se le llama un cuarto y se escribe así, escribe  $\frac{1}{4}$ . El día de hoy vamos a trabajar la suma de fracciones, vamos a iniciar con las más sencillas. Supongamos que queremos sumar  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$ . Recuerden, el número que está arriba se llama numerador, y el de abajo se llama denominador, lo único que tenemos que hacer es sumar los números de arriba,  $1 + 2 = 3$  y el número de abajo llamado denominador pasa igual, es decir,  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ ”.

En el presente ejemplo, se puede constatar que la docente se orientó a guiar el aprendizaje hacia la apropiación del procedimiento, no explicó la utilidad que conlleva aprender a realizar la suma de fracciones, los alumnos se apropian mecánicamente de ellos, no se les orienta a que, según una situación de la vida cotidiana, diseñen planteamientos y hagan uso de los algoritmos para solucionar el problema.

En lo referente al ejemplo tres, la temática desarrollada se relaciona con el cálculo de área, la docente se dirige a sus alumnos de esta manera: “Vamos a calcular el área de un cuadrado, la fórmula dice que hay que multiplicar lado por lado, sus lados miden 45 cm, por tanto, hay que multiplicar 45 cm por 45 cm. Hagan la operación en su cuaderno”. Lo anterior nos muestra que la docente solo guió el aprendizaje hacia el trabajo con una fórmula ya preestablecida, y no realizó ningún trabajo de inducción, no trabajó con problemas de la vida cotidiana.

En algunos momentos, el proceso de enseñanza-aprendizaje se orientó al uso de procedimientos arbitrarios, es decir, se da la oportunidad de que los alumnos diseñen sus propias estrategias para resolver los problemas; en

otros, el trabajo se orientó a la enseñanza de procedimientos, y no se da la oportunidad a los alumnos de diseñar sus propios planteamientos.

En los tiempos actuales, se ha manifestado la necesidad de mejorar la calidad del servicio educativo que se ofrece en las instituciones educativas de todos los niveles, por tanto, es necesario formar seres humanos con conocimientos, desarrollar en ellos habilidades y generar actitudes proactivas para que sean capaces de solucionar los problemas que se les presenten.

Es preciso señalar la importancia de fortalecer el aprendizaje de las matemáticas para lograr una mayor calidad educativa; establecer una visión holística en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que en él intervienen una serie de factores que confluyen en generar aprendizajes de calidad, o bien pueden obstaculizar su proceso de construcción; y hacer hincapié en que las formas de enseñanza de los docentes desempeñan un papel primordial, así como las experiencias que los alumnos adquieran del contexto social en el que se desarrollan.

En el caso particular al que se hace referencia, se ha constatado que los procesos intelectuales son primordiales para el logro de buenos niveles de aprendizaje. La capacidad de análisis, reflexión, síntesis, argumentación, comprensión e interpretación son capacidades mentales que favorecen un buen aprendizaje; por este motivo, es imprescindible hacer una revisión, paso a paso, de cómo el ser humano va construyendo su aprendizaje, para así establecer puentes o andamiajes que ayuden a fortalecer los propios procesos de aprendizaje.

Como se observa en el desarrollo del trabajo, se constata una ruptura en el proceso de comprensión; el estudiante no entiende el problema, se le torna difícil porque no lo comprende.

Retomando los conceptos de asimilación, acomodación y adaptación, se podrá establecer que el alumno sí es capaz de asimilar las experiencias del medio, pero existe una deficiencia en el proceso de acomodación: no entiende los planteamientos diseñados con el lenguaje matemático, es decir, no se genera ese proceso lógico, ese proceso de razonamiento y comprensión para que pueda entender o comprender el propio planteamiento.

Como consecuencia de lo anterior, no se logra la última etapa que es la adaptación, es decir, poner en práctica, movilizar conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes para solucionar los problemas, por tal motivo no existe éxito en la solución correcta, el alumno solo aprende a desarrollar procedimientos, mecaniza las etapas para solucionar un algoritmo, pero se ve imposibilitado a diseñar planteamientos donde utilice los diferentes algoritmos que aprendió a resolver.

## CONCLUSIONES

En el desarrollo del proceso educativo, se ha constatado que es evidente la dificultad que la asignatura de matemáticas representa a un gran porcentaje de estudiantes. La gran mayoría refleja incompreensión, poco entendimiento, un gran nivel de dificultad para comprender lo que el planteamiento de un problema le pide y, por ende, para lograr encontrar una solución.

Al estar ausente el entendimiento o la comprensión de cualquier planteamiento, el estudiante se verá imposibilitado de encontrar una solución correcta al problema que se le plantee, por lo cual es necesario que, en primer término, desde el inicio de la educación formal, el alumno vaya teniendo contacto con el lenguaje matemático para que empiece a familiarizarse con él. Se entiende que el tipo de lenguaje al que se hace referencia es muy abstracto y que los alumnos del primer y segundo periodo de la educación básica formal aún requieren elementos concretos para acceder al aprendizaje, pero se considera necesario inducir a los alumnos desde edades tempranas a la comprensión y el manejo de este lenguaje.

Lo que hace falta es el dominio de cierto tipo de conocimientos tentativos de solución, que son parte de la imagen individual que el individuo posee de la situación problema. Este conocimiento se manifiesta como un hábito de pensar que involucra una reflexión sobre varias posibles formas de solución. Lo que se sugiere es que los estudiantes desarrollen estrategias que les permitan el reconocimiento de una situación problemática. Este proceso activa la información en forma de imagen, la cual ayuda a identificar recursos o conocimientos de hechos (Selden et al., 2000, p. 130).

Por su parte, Schoenfeld (1992, p. 345) plantea que, para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y

las disposiciones de interpretación y encontrar sentido a las ideas matemáticas, así como a los modos apropiados de pensamiento matemático, las comunidades de práctica, en las cuales los estudiantes aprenden matemáticas, deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los salones de clase deben ser comunidades en las cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes, se practique.

Como se ha expresado en el desarrollo del presente artículo, el hacer matemático conlleva una faceta de creación, invención de reglas gramaticales para el uso de símbolos y expresiones (Godino, 2010, p. 6), por lo cual es necesario convenir en unificar el lenguaje con la finalidad de que los estudiantes tengan presente un solo concepto de un término (ejemplo:  $x$  indica multiplicación,  $x$  indica un número perdido,  $x$  indica diez en los números romanos,  $x$  indica promedio, claro, con un guion en la parte superior, etcétera).

Otro aspecto importante es que el alumno manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento, adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, se prepare así para otros problemas de su vida cotidiana, se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia (De Guzmán, 2007, p. 35).

La experiencia de los últimos años en el ámbito educativo señala que el desarrollo de la práctica docente se centra en la mecanización de procedimientos. El alumno sabrá resolver una división, multiplicación, ecuación, etcétera, pero desconoce cómo plantear un problema donde se pueda hacer uso de estas operaciones; es decir, el alumno conoce el procedimiento, pero le cuesta trabajo solucionar los problemas que impliquen la aplicación de cualquier operación básica.

Suele ser mucho lo que habrá de ser mejorado en el proceso de enseñanza de esta asignatura, pero se considera necesario no perder de vista la función histórica de las matemáticas. Recordemos que su epistemología parte de la realidad, es decir, las matemáticas nacen con la finalidad de encontrar soluciones a los problemas cotidianos, y esta ha sido su función. Es necesario hacer conciencia en nuestros alumnos de que las matemáticas nos ayudarán a resolver problemas; estas solo son las herramientas para lograr este fin. Se se tienen que

poner en juego capacidades como el análisis, la reflexión, la comprensión para darle vida y utilidad a estos medios. Es importante que orientemos a nuestros estudiantes a diseñar planteamientos, lo cual nos permitirá darles el sentido práctico a las operaciones y utilizarlas como lo que en realidad son: simples herramientas para solucionar problemas de la vida diaria.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ajuriaguerra, J. (1983) *Manual de psiquiatría infantil* (cap. II). Barcelona: Masson. (Selección y adaptación de profesor Antonio Corona Gómez, Área de Desarrollo y Educación, Carrera de Psicología FESI-UNAM). Recuperado de <http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/EL%20DESARROLLO%20INFANTIL%20SEG%20%9AN%20LA%20PSICOLOG%20%8DA%20GEN%20%89TICA.pdf>
2. Alatorre, S. (2011). Numeralismo: un asunto que incumbe a todo el mundo (Sí, también a usted a quien las matemáticas lo aturden). *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 16(50), 961-986.
3. Alsina, C. (2007). Educación matemática e imaginación. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11, 9-17. Recuperado de [http://www.oei.es/salactsi/Union\\_011\\_006.pdf](http://www.oei.es/salactsi/Union_011_006.pdf)
4. Araujo, J. B., y Chadwick, C. B. (1988). La teoría de Ausubel. *Tecnología Educativa. Teorías de Instrucción*, 17.
5. Bastero, J. (1999). La investigación matemática en las matemáticas del siglo XXI. *Revista Matemática Iberoamericana*, 15(2), 455-458. Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo93.pdf>
6. Batanero Bernabeu, C. et al. (2011). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares: casos y perspectivas*. Cuauhtémoc, México: Secretaría de Educación Pública. Recuperado de <http://basica.sep.gob.mx/MATEMATICAS%20web.pdf>
7. Bronzina, L., Chemello, G. y Agrasar, M. (2009). *Aportes para la enseñanza de las matemáticas*. Santiago de Chile: Unesco y Llece. <http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001802/180273S.pdf>
8. Castro, E. (2009). *La resolución de problemas desde la investigación en educación matemática en investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas*. Granada, España: Universidad de Granada/Departamento de Didáctica de las Matemáticas.
9. Chevallard, Y. (1989). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, 108, 103-117.
10. CORD Communications, Inc. (2003). Enseñanza contextual de matemática. Piedra angular del cambio de paradigmas. Waco, Texas. Recuperado de <http://www.cord.org/uploadedfiles/Ensenanza%20Contextual%20de%20Matematica.pdf>
11. Godino, J. D. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. Granada, España: Universidad de Granada/Departamento de Didáctica de las Matemáticas.
12. Godino, J. D. (2014). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
13. Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada/Departamento de Didáctica de las Matemáticas.
14. Godino, J. D. y Neto, T. B. (2013). *Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática*. Granada, España: Universidad de Granada/Departamento de Didáctica de las Matemáticas.
15. González Girón, G. (2011). Psicología del razonamiento en el aprendizaje de los números. *DIDAC*, 56-57, 15-20.
16. Guzmán Ozámiz, M. de (2007). Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
17. Flores Vázquez, G. y Díaz Gutiérrez, M. (2013). México en PISA 2012. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Recuperado de <http://publicaciones.inee.edu.mx/busca-dorPub/P1/C/I125/P1CI125.pdf>
18. Lee, V. R. y Sherin, B. (2006). Beyond transparency: How students make representations meaningful. En *Proceedings of the 7th international conference on Learning sciences* (pp. 397-403). International Society of the Learning Sciences.
19. Lacués, E. (2010). Enseñanza y aprendizaje de los sistemas matemáticos de símbolos. *DIDAC*, 56-57, 30-36.
20. León, H. de y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2), 268-282.

21. Markarian Abrahamian, R. (2003). *La dimensión humana de las matemáticas: ensayos sobre matemática y cultura*. México: La Vasija.
22. Palmer, S. (1977). Fundamental aspects of cognitive representation. En E. Rosch y B. B. Lloyd (eds.), *Cognition and categorization*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
23. Papini, M. C. (2003). Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *RELIME. Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 41-72.
24. Piaget, J. (1964) Development and learning. En *Desarrollo y aprendizaje en diferentes entornos*. México: Universidad Pedagógica Nacional.
25. Rendón, J. (2009). *Modelo de gestión educativa estratégica*. México: Secretaría de Educación Pública.
26. Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En A. Marchesi, C. Coll y J. Palacios (comps.), *Desarrollo psicológico y educación* (pp. 155-182). Madrid: Alianza.
27. Santos Trigo, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
28. Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334-370.
29. Secretaría de Educación Pública (2013). Resultados históricos nacionales 2006-2013. Recuperado de [http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2013/historico/00\\_EB\\_2013.pdf](http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2013/historico/00_EB_2013.pdf)
30. Selden, A., Selden, J., Hauk, S. y Mason, A. (2000). Why can't calculus students access their knowledge to solve non-routine problems. *Issues in mathematics education*, 8, 128-153.
31. Silva Laya, M. y Rodríguez Fernández, A. (2010). ¿Por qué fallan los alumnos al resolver problemas matemáticos? *Didac*, 56, 21-28.
32. Solé, I. (1992). *Estrategias de lectura*. Barcelona: Graó.