

DESARROLLO DE LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO SEGÚN EL MODELO DE VAN HIELE Y SU RELACIÓN CON LOS ESTILOS DE APRENDIZAJE

Development of Geometrical Reasoning Levels according to the Van Hiele's Model and Its Relationship with Learning Styles

Desenvolvimento dos níveis de raciocínio geométrico segundo o modelo de Van Hiele e a sua relação com os estilos de aprendizado

RECIBIDO: 13 DE ENERO DE 2015

EVALUADO: 16 DE FEBRERO DE 2015

ACEPTADO: 23 DE FEBRERO DE 2015

Nevis María Fuentes Hernández
(Colombia)
Magister en Educación
Universidad de Córdoba
nemafuher@hotmail.com

Jorge Camilo Portillo Wilches (Colombia)
Magister de educación
Universidad de Córdoba
jportillo_24@hotmail.com

Juana Raquel Robles (Colombia)
Magister en Estadística.
Universidad de Córdoba
jrobles@correo.unicordoba.edu.co



RESUMEN

El objetivo de este artículo fue evaluar la eficacia del modelo de Van Hiele en el avance en los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes de grado 7° de una institución educativa oficial en Córdoba (Colombia) y su relación con los estilos de aprendizaje. El estudio se abordó desde un enfoque cuantitativo de tipo cuasiexperimental, incluyó un test para identificar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes antes y después de la intervención, la aplicación de una secuencia didáctica acerca de polígonos teniendo en cuenta las fases de aprendizaje según del modelo de Van Hiele, además de un test para identificar estilos de aprendizaje. Para el análisis de resultados se aplicaron las pruebas no paramétricas de Wilcoxon, de Mann-Whitney y chi-cuadrado, disponibles en el software SPSS 17. Se destaca que los estudiantes lograron mejoras significativas en cuanto a los grados de adquisición de los niveles 1 y 2 de Van Hiele, luego de la intervención con la secuencia didáctica. Se encontró que el estilo predominante en los grupos fue el reflexivo; sin embargo, no se encontraron diferencias significativas entre los estilos de aprendizaje y la mejora en los niveles de razonamiento. Se concluye que el modelo fue eficaz para la mayoría de los estudiantes independientemente de su estilo de aprendizaje.

PALABRAS CLAVE: razonamiento geométrico, modelo de Van Hiele, fases de aprendizaje, estilos de aprendizaje.



ABSTRACT

The objective of this article was to evaluate the effectiveness of Van Hiele's Model regarding the progress in the geometrical reasoning of students that belong to the seventh grade at an official institution in Córdoba (Colombia) and their relationship with learning styles. The study was carried out from a quasi-experimental quantitative approach and included a test to identify the students' level of geometrical reasoning before and after the intervention, the application of an educational sequence of the polygons –keeping into account the learning styles of the Van Hiele's Model–, as well as a test to identify learning styles. The analysis of the results was carried out through the Wilcoxon, Mann-Whitney, and Chi Square Non-parametric Tests (available with the SPSS 17 software). It is important to highlight that the students were able to improve significantly regarding their degree of acquisition at Van Hiele's 1 and 2 levels after the educational sequence intervention. It was also found, as in previous studies, that the prevailing style was the reflexive. However, there were no significant differences between style levels and reasoning levels. Hence, it is possible to conclude that the model was efficient for the majority of students regardless of their learning style.

KEYWORDS: geometrical reasoning, Van Hiele's Model, learning phases, learning styles.



RESUMO

O objetivo de artigo foi avaliar a eficácia do modelo de Van Hiele no avanço nos níveis de raciocínio geométrico dos estudantes da sétima série de uma instituição educativa pública em Córdoba (Colômbia) e a sua relação com os estilos de aprendizado. O estudo abordou-se desde uma abordagem quantitativa de tipo quase experimental, incluiu um teste para identificar o nível de raciocínio geométrico dos estudantes antes e depois da intervenção, a aplicação de uma sequência didática acerca de polígonos tendo em conta as fases de aprendizado segundo do modelo de Van Hiele, além de um teste para identificar estilos de aprendizado. Para o análise de resultados se aplicaram as provas não paramétricas de Wilcoxon, de Mann-Whitney e chi-quadrado, disponíveis no software SPSS 17. Destacase que os estudantes conseguiram melhoras significativas enquanto aos graus de aquisição dos níveis 1 e 2 de Van Hiele, logo da intervenção com a sequência didática. Além disso se encontrou, como em estudos anteriores, que o estilo predominante nos grupos foi o reflexivo, porém não se encontraram diferenças significativas entre os estilos de aprendizado e a melhora nos níveis de raciocínio, com o qual se conclui que o modelo foi eficaz para a maioria dos estudantes independentemente do seu estilo de aprendizado.

PALAVRAS CHAVE: raciocínio geométrico, modelo de Van Hiele, fases de aprendizado, estilos de aprendizado.

PARA CITAR ESTE ARTÍCULO / TO CITE THIS ARTICLE / PARA CITAR ESTE ARTIGO:

Fuentes Hernández, N. M., Portillo Wilches, J. C. y Robles, J. R. (2015). Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje. *Panorama*, 9(16), 44-54.

INTRODUCCIÓN

En los últimos cuarenta años, se han dado cambios en la enseñanza de las matemáticas, propiciados por el interés que tienen los expertos en didáctica de buscar solución a la problemática que enfrenta esta enseñanza.

Una de las grandes transformaciones fue el surgimiento de la llamada matemática moderna durante las décadas de 1960 y 1970, la cual acarreó algunos aspectos negativos en la enseñanza de las matemáticas, tales como el detrimento de la geometría elemental y del pensamiento espacial (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998).

En el contexto nacional, se buscó solventar esta situación con la renovación curricular de 1978, la cual propuso acercarse a las distintas regiones de las matemáticas, como son los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, la lógica y los conjuntos, desde una perspectiva sistémica (MEN, 1998); sin embargo, en los colegios se seguía enseñando solo el sistema numérico, y se dejaba de lado la geometría.

Recientemente, con el Plan Sectorial (2006–2010), y más específicamente en la estrategia Revolución Educativa, se propuso una nueva transformación del sistema educativo, con el establecimiento de los estándares de calidad, los cuales organizan las matemáticas en cinco pensamientos (numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional).

En este nuevo panorama, en el que la calidad es el eje que mueve el sistema educativo, se debe resaltar el papel fundamental que desempeña la evaluación. Al respecto, Benavidez (2010) afirma que “los resultados de las evaluaciones realizadas por organismos internacionales en países de América Latina han demostrado que el nivel de desarrollo de habilidades que poseen los estudiantes en matemática es bajo” (p. 93).

En nuestro país, están establecidas las pruebas Saber, que evalúan a los estudiantes de 3°, 5° y 9°. Según el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (Icfes), en 2009, los resultados nacionales en

el área de matemáticas son preocupantes, ya que un mínimo porcentaje de estudiantes alcanza los desempeños esperados. Además, al analizar los resultados de la prueba Saber 2009 en 5° y 9° del municipio de San Carlos (Córdoba) sobre el componente geométrico-métrico, se observó un promedio muy bajo, lo cual tiene concordancia con los resultados en los ámbitos nacional e internacional.

La Institución Educativa San José de Carrizal no es ajena a la situación que vive el municipio de San Carlos, pues los resultados de la prueba Saber en 5° y 9° durante 2009, 2012 y 2013 ubican a la mayoría de los estudiantes en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo en el área de matemáticas. Además, existen falencias relacionadas, en primer lugar, con la desmotivación de los estudiantes, la falta de comprensión y el aprendizaje memorístico. También está el problema de la inadecuada planeación escolar que deja los temas de geometría relegados a un segundo plano, por lo cual los estudiantes no desarrollan los niveles de razonamiento adecuados para los temas trabajados.

El MEN (1998), en la serie *Lineamientos curriculares de matemáticas*, afirma que la moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que este sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales. El modelo de Van Hiele describe con bastante exactitud esta evolución y está adquiriendo cada vez mayor aceptación en el ámbito internacional en lo que se refiere a geometría escolar.

En el *Informe de seguimiento de la educación para todos en el mundo* (Unesco, 2005), se menciona que para asegurar la educación de calidad debe haber equidad. De igual manera, Blanco (2006) afirma que no basta con brindar oportunidades, sino que es preciso generar las condiciones para que estas sean aprovechadas por cualquier persona. Siguiendo esta línea, es importante mencionar que en la presente investigación se tuvo en cuenta que los estudiantes tienen diferencias marcadas en aspectos tan importantes como los estilos de aprendizaje y los niveles de razonamiento geométrico, por tal motivo se quiso establecer si existe correlación entre estas dos

Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje

| Panorama
| pp. 44-54
| Volumen 9
| Número 16
| Enero-junio
| 2015

variables, de tal manera que el conocimiento generado sirva para mejorar las prácticas pedagógicas.

MARCO TEÓRICO

Teniendo en cuenta los objetivos de esta investigación, a continuación se presenta el origen, la definición y las características del Modelo de Van Hiele y algunos aspectos relevantes relacionados con los estilos de aprendizaje.

MODELO DE VAN HIELE

Según Corberán (1994), los esposos Van Hiele, dos profesores holandeses de matemáticas de secundaria, encontraron muchas dificultades en su labor, debido a que los estudiantes no comprendían los conceptos y los aprendían de memoria. Dicha situación los llevó a formular el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, en el cual se plantea la existencia de varios niveles de razonamiento geométrico, que van desde el puramente visual, propio de los niños de los primeros años de escolaridad, hasta el lógico-formal que desarrolla un matemático. Junto a esta descripción de diferentes niveles de razonamiento, que sirve para identificar los problemas de aprendizaje, el modelo de Van Hiele sugiere a los profesores cómo lograr que sus estudiantes mejoren la calidad de su razonamiento matemático. Se trata de las fases de aprendizaje, en las cuales se propone una organización de la enseñanza que ayudará a los estudiantes a construir las estructuras mentales que les permitan lograr un nivel superior de razonamiento.

NIVELES DE VAN HIELE

Los niveles se clasifican, partiendo de los postulados de Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991), como:

Nivel 1. Reconocimiento o visual: los alumnos juzgan las figuras por su apariencia.

Nivel 2. Análisis o descripción: los alumnos analizan las propiedades de las figuras de un modo informal con procesos de observación y experimentación.

Nivel 3. Clasificación: las propiedades de los conceptos son ordenadas lógicamente, se empiezan a construir definiciones abstractas.

Nivel 4. Deducción formal o lógica formal: demostración formal de relaciones.

Nivel 5. Rigor: el alumno puede comparar sistemas basados en axiomáticas diferentes y puede estudiar distintas geometrías en ausencia de modelos concretos.

LAS FASES DEL APRENDIZAJE

Según Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991), los Van Hiele propusieron cinco fases secuenciales de aprendizaje, las cuales son:

Fase 1. Información: en esta fase el profesor determina mediante diálogo con los estudiantes cuál es el conocimiento previo sobre el concepto que se va a trabajar, también debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar.

Fase 2. Orientación dirigida: los estudiantes exploran los conceptos previos con las secuencias didácticas que elabora el docente, de tal manera que se revelen las estructuras características de cada nivel.

Fase 3. Explicitación: partiendo de sus experiencias previas, los estudiantes expresan e intercambian sus opiniones acerca de las estructuras observadas. El papel del profesor debe ser mínimo cuidando de que el lenguaje del alumno sea el apropiado a su nivel.

Fase 4. Orientación libre: en esta fase el alumno se enfrenta a tareas más complejas, trabajos con muchas etapas y que pueden concluirse por distintos procedimientos. El objetivo de esta fase es la consolidación de los conocimientos adquiridos y su aplicación.

Fase 5. Integración: el estudiante revisa, resume y unifica los objetos y sus relaciones que configuran el nuevo sistema de conocimiento construido.

Alonso y Gallego (2006) presentan cinco características principales que perfilan cada estilo, las cuales se encuentran plasmadas en la tabla 1.

Tabla 1. Caracterización de los estilos de aprendizaje

<i>Estilo activo</i>	<i>Estilo reflexivo</i>	<i>Estilo teórico</i>	<i>Estilo pragmático</i>
Animador	Ponderado	Metódico	Experimentador
Improvisador	Concienczudo	Lógico	Práctico
Descubridor	Receptivo	Objetivo	Directo
Arriesgado	Analítico	Crítico	Efícaz
Espontáneo	Exhaustivo	Estructurado	Realista

Fuente: Elaborado a partir de <http://www.estilosdeaprendizaje.es>

METODOLOGÍA

Esta investigación se abordó desde un diseño cuantitativo de tipo cuasiexperimental con pretest, postest y grupo de control no equivalente. En este diseño, se incluyen dos grupos, uno de control y otro experimental, a los que se les aplica el pretest, luego se le aplica el programa al grupo experimental y, tras esto, se les realiza el postest a los dos grupos (Moreno, 1993). Tratándose de un diseño en el que los sujetos no son asignados de forma aleatoria a los grupos experimental y control, no puede asumirse su equivalencia inicial, por tanto, se intenta que los grupos sean tan semejantes como sea posible.

La investigación constó de seis etapas que fueron las siguientes: diseño y validación de test (primer semestre de 2013), diseño de secuencia didáctica (segundo semestre de 2013), aplicación de pretest (primer trimestre de 2014), desarrollo de secuencia didáctica (segundo trimestre de 2014), aplicación de postest (tercer trimestre de 2014) y análisis de resultados (cuarto trimestre de 2014).

La población involucrada son los 794 estudiantes de la Institución Educativa San José de Carrizal de 2014 y la muestra está conformada por los dos grupos de 7° (55 estudiantes). Uno de estos grupos es el de control, en el

cual se desarrollaron los conceptos de forma tradicional, mientras que el otro grupo es el experimental, donde se desarrolló la secuencia didáctica teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele.

En lo referente a los instrumentos, se utilizó el cuestionario Chaea (Cuestionario Honey Alonso de Estilos de Aprendizaje) para hacer el diagnóstico de los estilos de aprendizaje destacados en los estudiantes. El Chaea cuenta con 80 ítems, cada ítem se responde con un signo más (+) si se está de acuerdo y con un menos (-) si se está en desacuerdo. Los resultados del cuestionario se plasman en una hoja que sirve para determinar las preferencias en cuanto a los estilos de aprendizaje: activo, reflexivo, teórico y pragmático (García, Santizo y Alonso, 2009).

Para determinar el nivel de razonamiento geométrico, se utilizó un test producto de la adaptación realizada al test que aparece en el trabajo de Corberán (1994). La evaluación con el test consta de una serie de preguntas abiertas y criterios para evaluar las respuestas a cada pregunta, esto con el fin de asignar a los estudiantes a un grado específico de adquisición dentro de cada uno de los niveles de Van Hiele.

Jaime (1993) plantea que hay siete tipos de respuestas que reflejan los diversos grados de adquisición de los niveles de pensamiento de Van Hiele definidos anteriormente. Las de tipo 1 indican que no hay adquisición, las de tipo 2 y 3 indican baja adquisición, las de tipo 4 indican adquisición intermedia, las de tipos 5 y 6 indican una alta adquisición y las de tipo 7 indican la adquisición completa del nivel.

Una vez codificadas todas las respuestas de un estudiante al test, el proceso de evaluación de su nivel de razonamiento se completa observando en conjunto las respuestas a los diferentes ítems que pueden ser contestados en un determinado nivel y ponderando (entre 0 y 100) cada respuesta en función de su tipo, según los valores de la tabla 2.

Tabla 2. Ponderación de los diferentes tipos de respuestas

Tipo	1	2	3	4	5	6	7
Ponderación (%)	0	20	25	50	75	8	100

Hiele y determinar si hubo relación con los estilos de aprendizaje.

La tabla 4 resume la información sobre cada grupo en lo referente al número de estudiantes y tests administrados. En total, participaron en la evaluación de las unidades de enseñanza 55 estudiantes.

Tabla 4. Cantidad de estudiantes que contestaron el pretest y el postest por grupos

Grupo	Tipo	Estudiantes
7º-1	Control	26
7º-2	Experimental	29
Total		55

Fuente: Jaime (1993, p. 269).

Se ha cuantificado la adquisición de un nivel de pensamiento representándolo con un segmento graduado de 0 a 100. Sin embargo, también es conveniente dividir este proceso continuo en cinco periodos caracterizados cualitativamente por las diferentes maneras en las que el estudiante razona. La tabla 3 muestra ambas, la interpretación cualitativa y la cuantitativa para el proceso de adquirir un nivel.

Tabla 3. Grados de adquisición de los niveles

Grados de adquisición de los niveles	
Grados de adquisición	Porcentajes asignados (%)
Adquisición nula	0-15
Adquisición baja	15-40
Adquisición intermedia	40-60
Adquisición alta	60-85
Adquisición completa	85-100

Fuente: Elaboración propia.

Se debe aclarar que los estudiantes de los grupos no fueron capaces de contestar los ítems que evaluaban el nivel 4 de razonamiento geométrico en el pretest, así como tampoco lo hicieron en el postest, por tal motivo no se pudieron efectuar las pruebas no paramétricas para dicho nivel. Sin embargo, al obtener ambos grupos ponderaciones 0, se concluye que no hubo diferencias entre los grupos ni mejoras en los grados de adquisición del nivel 4 luego de la intervención.

COMPARACIÓN PRETEST GRUPO CONTROL-PRETEST GRUPO EXPERIMENTAL

En la figura 1 observamos que los resultados del pretest no muestran diferencias importantes entre el grupo control y el grupo experimental en lo referente a los grados de adquisición de los niveles de razonamiento. Con un porcentaje aproximado de adquisición en el nivel 1 de 31.8 % en el grupo control y de 25.7 % en el grupo experimental, podemos concluir que en ambos grupos este era el nivel predominante y su grado de adquisición era bajo.

Fuente: Jaime (1993, p. 266).

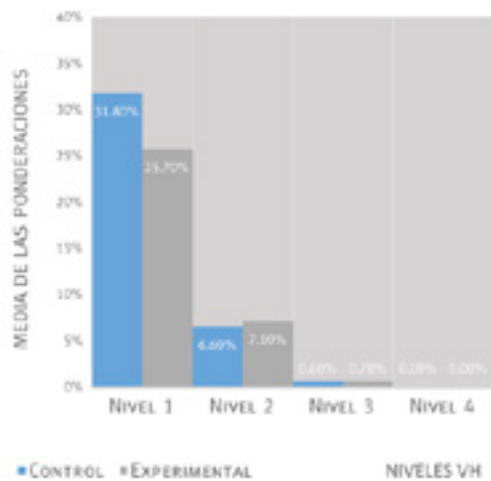
RESULTADOS

En esta sección presentamos el análisis de los resultados obtenidos mediante la administración de los tests a los estudiantes de los grupos, dando cuenta de sus grados de adquisición de los niveles de Van Hiele y de sus estilos de aprendizaje. Esta información nos permitió valorar la eficacia de las unidades de enseñanza, que fueron diseñadas y aplicadas según el modelo de Van

Nevis María
Fuentes
Hernández,
Jorge Camilo
Portillo
Wilches y
Juana Raquel
Robles I

Panorama I
pp. 44-54 I
Volumen 9 I
Número 16 I
Enero-junio I
2015 I

Figura 1. Comparación de ponderaciones medias de los pretest



Fuente: Elaboración propia.

Corroboran estos resultados la prueba no paramétrica de Mann Whitney aplicada con el *software* SPSS 17 para comparar los resultados del pretest en ambos grupos. En la tabla 5 se observa que el p-value obtenido en el análisis de cada uno de los niveles fue mayor de 0.05, lo cual permite afirmar que no existían diferencias significativas entre los grupos en los grados de adquisición de los niveles de Van Hiele.

Tabla 5. Prueba no paramétrica de Mann Whitney para comparar pretest entre grupos

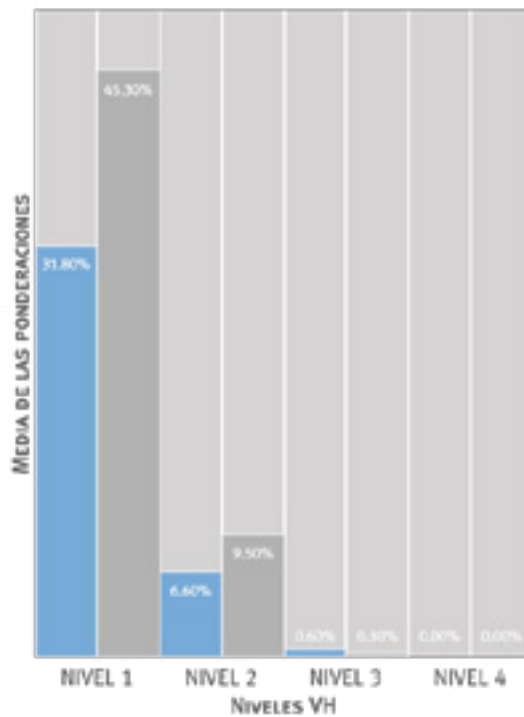
Nivel	Grupo	test	x.mediana	p-value
1	Control	pre	21 875	0.5428
	Experimental	pre	20 000	
2	Control	pre	4000	0.708
	Experimental	pre	4000	
3	Control	pre	0.0000	0.7081
	Experimental	pre	0.0000	
4	No aplica			No aplica

Fuente: Elaboración propia.

COMPARACIÓN DE PRETEST-POSTEST EN EL GRUPO CONTROL

En la figura 2 los resultados del grupo control no muestran diferencias importantes entre el pretest y el posttest en lo referente a los grados de adquisición de los niveles de razonamiento 2, 3 y 4. Con un porcentaje promedio de adquisición en el nivel 1 de 31.8 % en el pretest y de 45.3 % en el posttest, podemos decir que los alumnos pasaron aproximadamente de un grado de adquisición bajo a uno intermedio, luego de la intervención en el grupo con el método tradicional.

Figura 2. Comparación del pretest con el posttest del grupo control



Fuente: Elaboración propia.

Con el ánimo de profundizar en el análisis, aplicamos la prueba no paramétrica de Wilcoxon con el *software* SPSS 17 para comparar los resultados del pretest y el posttest en el grupo control. En la tabla 6 se observa que el p-value obtenido en el análisis del nivel 1 fue menor de 0.05, lo cual permite afirmar que existen diferencias significativas entre los resultados del pretest y posttest para este nivel, es decir, si hubo mejoría en el nivel 1. Sin embargo, en el análisis de los niveles 2 y 3 el p-value fue mayor de 0.05, de tal manera que podemos decir que

Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje

| Panorama
| pp. 44-54
| Volumen 9
| Número 16
| Enero-junio
| 2015

no hubo diferencias significativas en los resultados de ambos test para estos niveles.

Tabla 6. Prueba de Wilcoxon para comparar pretest-postest en el grupo control

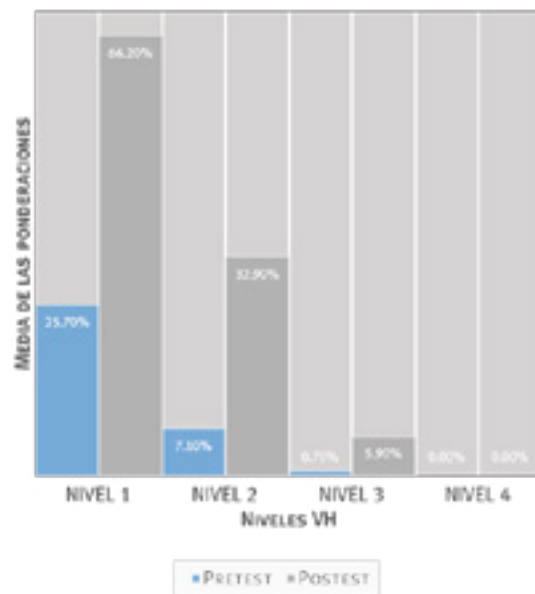
Nivel	Grupo	Test	Mediana	p-value
1	Control	Pre	21.88	0.0009992
	Control	Pos	40.00	
2	Control	Pre	4.00	0.4087
	Control	Pos	6.00	
3	Control	Pre	0.00	0.4568
	Control	Pos	0.00	
4	No aplica			No aplica

Fuente: Elaboración propia.

COMPARACIÓN DE PRETEST-POSTEST EN EL GRUPO EXPERIMENTAL

En la figura 3 observamos que los resultados del grupo experimental no muestran grandes diferencias entre el pretest y el postest en lo referente a los grados de adquisición de los niveles de razonamiento 3 y 4. Con un porcentaje aproximado de adquisición en el nivel 1 de 25.7 % en el pretest y de 66.2 % en el postest, se puede afirmar que los alumnos pasaron aproximadamente de un grado de adquisición bajo a un grado alto en dicho nivel. Con un porcentaje aproximado de adquisición en el nivel 2 de 7.1 % en el pretest y de 32.9 % en el postest, se concluye que los alumnos pasaron aproximadamente de un grado de adquisición nulo a un grado bajo (casi llegando al intermedio), luego de la intervención en el grupo con las unidades de enseñanza diseñadas y aplicadas teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele.

Figura 3. Comparación del pretest con el postest del grupo experimental



Fuente: Elaboración propia.

Para ampliar el análisis, aplicamos la prueba no paramétrica de Wilcoxon con el *software* SPSS 17. En la tabla 7 se observa que el p-value obtenido en el análisis de los niveles 1, 2 y 3 fue menor de 0.05, con lo cual se concluye que existen diferencias significativas entre los resultados del pretest y postest para estos niveles, es decir, si hubo mejoría en los niveles 1 y 2, así como una leve mejoría en el nivel 3.

Tabla 7. Prueba de Wilcoxon para comparar pretest-postest en el grupo experimental

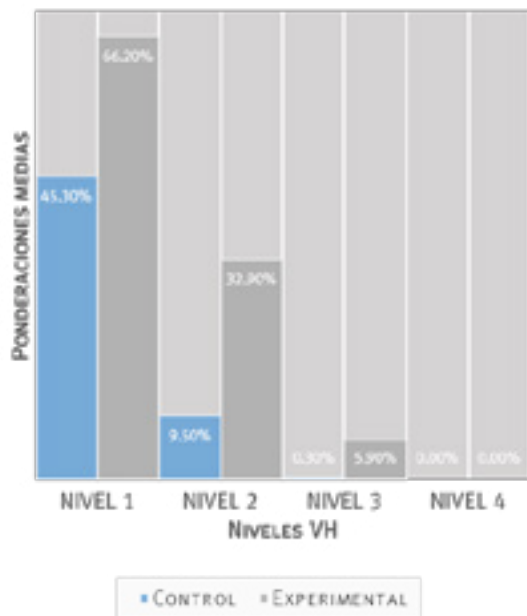
Nivel	Grupo	test	Mediana	p-value
1	Experimental	pre	20.0	2.688e-06
	Experimental	pos	75.0	
2	Experimental	pre	4.0	2.699e-06
	Experimental	pos	34.5	
3	Experimental	pre	0.0	0.0002068
	Experimental	pos	5.0	
4	No aplica			No aplica

Fuente: Elaboración propia.

COMPARACIÓN POSTEST GRUPO CONTROL-POSTEST GRUPO EXPERIMENTAL

En la figura 4 observamos que los resultados del postest en los grupos no muestran grandes diferencias en relación con los grados de adquisición de los niveles de razonamiento 3 y 4. Con un porcentaje aproximado de adquisición en el nivel 1 de 45.3 % en el grupo control y de 66.2 % en el grupo experimental, se concluye que los alumnos del grupo control lograron aproximadamente un grado de adquisición intermedio, mientras que los del grupo experimental alcanzaron aproximadamente un grado de adquisición alto. Con respecto al nivel 2, notamos que los estudiantes del grupo control siguieron teniendo un grado de adquisición nulo y que los del grupo experimental lograron adquirir un grado bajo.

Figura 4. Comparación de ponderaciones medias de los postest



Fuente: Elaboración propia.

Para complementar el análisis, aplicamos la prueba no paramétrica de Mann Whitney con el software SPSS 17 en la comparación de los resultados del postest entre ambos grupos. En la tabla 8 se observa que el p-value obtenido en el análisis de los niveles 1, 2 y 3 fue menor de 0.05, lo cual confirma que existen diferencias significativas entre los resultados de los postest para estos niveles, es decir, los resultados del postest en el grupo

experimental fueron mejores que los del grupo control. De esta manera, se concluye que la aplicación de la secuencia didáctica elaborada a partir del modelo de Van Hiele fue más eficaz para aumentar los niveles de razonamiento que las unidades de enseñanza desarrolladas con el modelo tradicional.

Tabla 8. Prueba de Mann Whitney para comparar postest entre grupos

Nivel	Grupo	test	x.mediana	p-value
1	Control	pos	40 000	0.003756
	Experimental	pos	75 000	
2	Control	pos	6.000	5.255e-06
	Experimental	pos	34 500	
3	Control	pos	0.0000	4.016e-06
	Experimental	pos	5.0000	
4	No aplica			No aplica

Fuente: Elaboración propia.

NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y ESTILOS DE APRENDIZAJE

Para este análisis se tuvieron en cuenta principalmente los resultados del grupo experimental, en cuanto a niveles de razonamiento geométrico y estilos de aprendizaje. Además se hizo hincapié en los niveles de razonamiento 1 y 2, ya que, según los resultados obtenidos, fue en estos niveles donde hubo una notable mejoría.

La tabla 9 resume los resultados obtenidos por el grupo experimental en cuanto a los estilos de aprendizaje.

Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje

Tabla 9. Tabla de frecuencia de estilos de aprendizaje para el grupo experimental

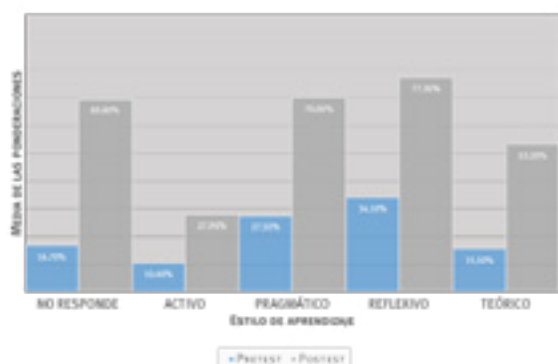
	<i>Estilo</i>	<i>Fre- cuencia</i>	<i>Porcen- taje</i>	<i>Por- centaje válido</i>	<i>Por- centaje acu- mulado</i>
Nevis María Fuentes Hernández, Jorge Camilo Portillo Wilches y Juana Raquel Robles I	No responde	3	10.3	10.3	10.3
	Reflexivo	14	48.3	48.3	58.6
	Activo	3	10.3	10.3	69.0
	Pragmático	4	13.8	13.8	82.8
	Teórico	5	17.2	17.2	100
	Total	29	100	100	

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 9 muestra que aproximadamente en la mitad de los estudiantes del grupo experimental el estilo de aprendizaje predominante fue el reflexivo. En segundo lugar se ubica con 17.2 % el estilo teórico. También se puede observar que 10.3 % de los estudiantes no contestó el test de estilos de aprendizaje, hecho provocado por la inasistencia a algunas de las sesiones donde se desarrolló dicho test.

La figura 5 muestra las ponderaciones medias en el nivel 1 obtenidas por los estudiantes del grupo experimental según sus estilos de aprendizaje durante el pretest y el postest. Se observa que los estudiantes de todos los estilos tuvieron considerables mejoras en los grados de adquisición.

Figura 5. Aproximación de las ponderaciones del grupo experimental según el estilo de aprendizaje para el nivel 1



Fuente: Elaboración propia.

La figura 6 presenta las ponderaciones medias en el nivel 2 obtenidas por los estudiantes del grupo experimental según sus estilos de aprendizaje durante el pretest y el postest. Se observa que los estudiantes de todos los estilos tuvieron mejoras considerables en los grados de adquisición.

Figura 6. Aproximación de las ponderaciones del grupo experimental según el estilo de aprendizaje para el nivel 2.



Fuente: Elaboración propia.

Los resultados anteriores no muestran claramente el dominio de ningún estilo de aprendizaje a la hora de aumentar los grados de adquisición en los niveles 1 y 2, por eso se complementa el análisis con la prueba no paramétrica chi-cuadrado para cada nivel en el pretest y postest, la cual fue realizada con el *software* SPSS 17.

La tabla 10 presenta los resultados de la prueba chi-cuadrado en el pretest y postest del grupo experimental para los niveles 1 y 2, los cuales permiten concluir que no hay asociación entre los estilos y el nivel 1 del modelo, ya que $p = 0.379$ en el pretest y $p = 0.142$ en postest, así como tampoco hay relación entre los estilos y el nivel 2, puesto que $p = 0.304$ en el pretest y $p = 0.588$ en el postest.

Tabla 10. Prueba chi-cuadrado para los niveles 1 y 2 en pretest-postest

		<i>Pretest</i>			<i>Postest</i>		
		Valor	Gl	Sig. asintótica (bilateral)	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Nvl 1	Chi-cuadrado de Pearson	12.868b	12	.379	17.220b	12	0.142
	Razón de verosimilitud	15.708	12	.205	19.232	2	.083
	Asociación lineal por lineal	2.212	1	.137	1.222	1	.269
Nvl 2	Chi-cuadrado de Pearson	4.841b	4	.304	10.314b	12	.588
	Razón de verosimilitud	6.821	4	0.146	12.193	12	.430
	Asociación lineal por lineal	.918	1	.338	.903	1	.342
N de casos válidos		29			29		

DISCUSIÓN

Los resultados de los test iniciales ubicaron a la mayoría de los estudiantes de ambos grupos en el nivel 1 de razonamiento con un grado de adquisición bajo. Tal como lo expone la teoría del modelo de Van Hiele, los estudiantes que se ubicaron en dicho nivel no fueron capaces de nombrar más de un atributo de regularidad de los polígonos, las respuestas a los ítems eran sustentadas principalmente por la parte visual (se parece a..., se ve como...), el lenguaje utilizado no era formal y, por otro lado, desde el punto de vista de la calidad de la respuesta, no hubo muchas justificaciones, lo cual se refleja en la abundancia de respuestas tipo 1, 2 y 3.

Luego de la aplicación del postest en el grupo control, los resultados mostraron una leve mejoría en los grados de adquisición del nivel 1, ya que los estudiantes pasaron aproximadamente de un grado de adquisición bajo a un grado intermedio. En este punto, los estudiantes utilizaron un lenguaje un poco más formal que al principio y, analizando la calidad de la respuesta, se puede decir que hubo mejores argumentos, lo cual se nota en el considerable número de respuestas tipo 4 que aparecieron. No hubo mejoras en los niveles 2, 3 y 4.

En el grupo experimental, los alumnos pasaron aproximadamente de un grado de adquisición bajo a un grado

alto en el nivel 1 y con respecto al nivel 2 pasaron de un grado de adquisición nulo a un grado bajo. En esta etapa, los estudiantes utilizaron un lenguaje mucho más formal y se destaca que hubo justificaciones correctas y completas, como lo demuestra el considerable número de respuestas tipo 4, 5 y 6 que aparecieron. Esta mejoría fue producto de las competencias adquiridas por los estudiantes luego de la intervención con la secuencia didáctica sobre polígonos elaborada y aplicada teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele. Por otro lado, se debe mencionar que no se lograron mejoras en los niveles de razonamiento 3 y 4, situación que se esperaba en cierto modo, ya que para alcanzar estos niveles se requiere mucho más tiempo de trabajo con los estudiantes.

Al comparar los resultados entre grupos en el postest, notamos que al grupo experimental le fue mejor en todos los niveles de razonamiento. Los estudiantes que avanzaron en los grados de adquisición de los niveles 1 y 2 fueron capaces de nombrar más de un atributo de regularidad, las respuestas a los ítems fueron sustentadas de manera formal y nombraron características importantes de los polígonos.

Los resultados obtenidos en la presente investigación concuerdan con los resultados de investigaciones anteriores, como la de Corberán (1994), en la que también se lograron notables mejorías en los niveles 1 y 2, pero tampoco pudieron lograr avances en los niveles 3 y 4.

Estudios anteriores, como los realizados por Gallego y Nevot (2008) y por Luengo y González (2005), encontraron que los estudiantes con mejores calificaciones en matemáticas son los que tienen estilo de aprendizaje reflexivo. Sin embargo, nuestra investigación demostró que los estudiantes de la muestra intervenidos con la secuencia didáctica diseñada según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele expresaron un avance significativo en los niveles de razonamientos 1 y 2 independientemente de su estilo de aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Alonso García, C. M. y Gallego Gil, D. J. (2006). Características de los estilos de aprendizaje. En *Estilos de Aprendizaje*. Recuperado de <http://www.estilosdeaprendizaje.es/menu princ 2.htm>

2. Baptista Lucio, P., Fernández Collado, C. y Hernández Sampieri, R. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana.
3. Benavidez Ormaza, V. (2010). Las evaluaciones de logros educativos y su relación con la calidad de la educación. *Revista Iberoamericana de Educación*, 53, 83-96.
4. Blanco, G. (2006). La equidad y la inclusión social: uno de los desafíos de la educación y la escuela hoy. *Reice: Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 4(3).
5. Colombia, Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. En *Serie lineamientos curriculares*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf
6. Colombia, Ministerio de Educación Nacional (2006-2008). *Revolución Educativa: Plan Sectorial de Educación (2006-2008)*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-152036_archivo_pdf.pdf
7. Corberán Salvador, R. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.
8. Corzo, J. (2005). *Estadística no paramétrica. Métodos basados en rangos*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
9. Flores Salazar, J. V. (2006). El origami como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría. Recuperado de http://www.iberomat.uji.es/carpeta/posters/jesus_flores.doc
10. Gallego Gil, D. J. y Nevot Luna, A. (2008). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Complutense de Educación*, 19(1), 95-112.
11. García Cué, J. L., Santizo Rincón, J. A. y Alonso García, C. M. (2009). Instrumentos de medición de estilos de aprendizaje. *Journal of Learning Styles*, 2(4).
12. González, N. y Larios, V. (2000). *El doblado de papel: una experiencia en la enseñanza de la geometría*. México: Universidad Autónoma de Querétaro.
13. Gutiérrez, A., Jaime, D. y Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251.
14. Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isomerías. La evaluación del nivel de razonamiento* (Tesis de doctorado, Universidad de Valencia).
15. Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1994). Modelo de un diseño de prueba para evaluar los niveles de Van Hiele. En *Proceedings of the 18th PME Conference* (pp. 41-48).
16. Luengo González, R. y González Gómez, J. J. (2005). Relación entre los estilos de aprendizaje, el rendimiento en matemáticas y la elección de asignaturas optativas en alumnos de ESO. *Relieve: Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 11(2), 3.
17. Morales, C. (2011). *Competencias matemáticas y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros* (Tesis de maestría, Universidad de la Amazonia, Colombia).
18. Moreno Bayardo, M. G. (1993). *Introducción a la metodología de la investigación educativa 2*. México: Progreso.
19. Organización de las Naciones Unidas para la Educación (Unesco) (2005). *Informe de seguimiento a la educación para todos en el mundo. El imperativo de la calidad*. París.