PANORAMA, 2025, VOL. 20, No. 38

DOI:

El proyecto lógico de la *Conceptografía* en Gottlob Frege: hacia una nueva forma de enseñar la lógica

Andrés Felipe Carrero Céspedes[1]

[1] Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Filosofía
Correo electrónico: andres.carrero@javeriana.edu.co
ORCID: https://orcid.org/0009-0008-6775-0523

Recibido: 28/11/2025 Aprobado: 21/12/2025

Resumen: El artículo defiende que la tesis central del proyecto fregeano consiste en crear una conceptografía capaz de expresar rigurosamente las cadenas deductivas para, con ello, separar lo que es esencial del pensamiento conceptual, de lo que es accidental. El texto muestra que, desde la perspectiva de Frege, la tarea fundamental de la lógica es representar con claridad todo lo que es esencial para la inferencia y separarlo de lo que no contribuye a la expresión de los conceptos. La conceptografía aparece así como un "lenguaje del pensamiento puro", orientada a expresar y delimitar contenidos conceptuales, no como un cálculo mecánico, y funciona como una herramienta que permite identificar la estructura interna de los pensamientos y las relaciones lógicas que subyacen a la aritmética. El texto propone, entonces, que a partir del proyecto fregeano es posible transformar la enseñanza actual de la lógica: pasar del mero aprendizaje de reglas formales para el cálculo hacia una lógica cuyo objetivo es esclarecer lo que se expresa por medio del lenguaje.

Palabras clave: conceptografía; Gottlob Frege; lógica; pedagogía de la lógica; expresivismo lógico.

The Project of Frege's *Begriffschrift*: Towards a New Way of Teaching Logic

Abstract: The article argues that the central thesis of the Fregean project consists in creating a Begriffsschrift (concept-script) capable of rigorously expressing deductive chains in order to separate what is essential to conceptual thought from what is accidental. The text shows that, from Frege's perspective, the fundamental task of logic is to represent clearly everything that is essential to inference and to distinguish it from what does not contribute to the expression of concepts. The concept-script thus appears as a "language of pure thought," aimed at expressing and delimiting conceptual contents, not as a mechanical calculus. It functions as a tool that makes it possible to identify the internal structure of thoughts and the logical relations underlying arithmetic. The text therefore proposes that, on the basis of the Fregean project, it is possible to transform the current teaching of logic: moving from the mere learning of formal rules for calculation toward a logic whose aim is to clarify what is expressed through language.

Keywords**:** conceptscript; gottlob frege; logic; pedagogy of logic; logical expressivism.

O projeto da *Conceitografia* em Gottlob Frege: rumo a uma nova forma de ensinar lógica

Resumo: O artigo defende que a tese central do projeto fregeano consiste em criar uma conceitografia capaz de expressar rigorosamente as cadeias dedutivas para, com isso, separar

Cómo citar este artículo: Carrero, A. (2026). El proyecto lógico de la *Conceptografía* en Gottlob Frege: hacia una nueva forma de enseñar la lógica. *Panorama*, *20*(38).

DOI:
o que é essencial ao pensamento conceitual do que é acidental. O texto mostra que, na perspectiva de Frege, a tarefa fundamental da lógica é representar com clareza tudo o que é essencial para a inferência e distingui-lo daquilo que não contribui para a expressão dos conceitos. A conceitografia aparece, assim, como uma "linguagem do pensamento puro", orientada a expressar e delimitar conteúdos conceituais, e não como um cálculo mecânico, funcionando como uma ferramenta que permite identificar a estrutura interna dos pensamentos e as relações lógicas que subjazem à aritmética. O texto propõe, então, que, a partir do projeto fregeano, é possível transformar o ensino atual da lógica: passar do mero aprendizado de regras formais de cálculo para uma lógica cujo objetivo é esclarecer o que se expressa por meio da linguagem.
Palavras-chave: conceitografia; Gottlob Frege; lógica; pedagogia da lógica; expressivismo lógico.

La conceptografía y la expresión de las cadenas deductivas: origen y propósito del proyecto fregeano

Muchos lectores de Frege lo consideran como el lógico más importante después de Aristóteles porque introdujo un nuevo simbolismo en el que se esclarece la naturaleza de la cuantificación, se representan los conceptos en términos de funciones y se introducen las funciones de segundo nivel[1]. Así pues, muchos de los que atribuyen gran importancia a las aportaciones lógicas de Frege lo hacen en virtud de la creación de su conceptografía, de su simbolismo, el cual, sea dicho de paso, es para los lógicos de hoy obsoleto. Resulta curioso, entonces, que el segundo lógico más importante de la historia sea principalmente reconocido por la creación de un simbolismo que nadie usa. Así pues nuestro objetivo en este artículo será mostrar al lector en qué reside la importancia del proyecto fregeano para desarrollar una comprensión filosófica sobre qué es la lógica y cuál es el verdadero sentido de su enseñanza como disciplina teórica. Para comprender la relevancia de los escritos de Frege, su simbolismo nuevo y sus contribuciones implícitas a la pedagogía de la lógica es necesario examinar en qué consiste una conceptografía, cuáles fueron las causas de su creación y en qué aspectos se diferencia de otros proyectos, como el de Boole y los formalistas. Comprender el origen de un asunto siempre resulta esclarecedor, especialmente si de él se quieren extraer contribuciones prácticas.

Las primeras investigaciones que Frege realizó y publicó no fueron sobre lógica o filosofía, sino sobre geometría analítica, geometría proyectiva y aritmética. Ya en *Begriffsschrift* nos cuenta que su preocupación primordial era sobre los fundamentos de la aritmética, cuya

[1] Para una discusión historiográfica sobre las contribuciones de Frege a la teoría de la cuantificación y la lógica moderna véase Perilla (2016).

DOI:
correcta fundamentación daría una base sólida a gran parte de las matemáticas[2] (1879, p. 41), especialmente al cálculo infinitesimal. Partiendo de ciertos conceptos kantianos, Frege se preguntaba si los conocimientos aritméticos consistían o bien de juicios analíticos, basados en el principio lógico de no contradicción, o bien de juicios sintéticos, basados en la intuición, sea a posteriori o *a priori*. Si bien la posición kantiana de que los juicios aritméticos como 7+5=12 son sintéticos a priori era dominante entre los matemáticos y filósofos del siglo XIX, Frege sospechaba que esto era falso y que la aritmética consistía en juicios analíticos y que sus conceptos fundamentales no eran más que conceptos de la lógica (Frege, 1884, p. 401)[3].

La razón principal que mueve a Frege a polemizar la doctrinas kantiana y neokantianas sobre la matemática es que la relación aritmética fundamental, la sucesión, es decir, la relación que hay entre un número n y su sucesor n+1, no es más que la relación de consecuencia lógica (véase (Frege, 1885, pág 113). Esto significa, por un lado, que las conexiones entre un número y su sucesor no vienen de la intuición sino de los contenidos conceptuales de la aritmética; y, por otro lado, puesto que sobre esta relación lógica entre n y n+1 se basan todas las ecuaciones y desigualdades aritméticas, como 7+5=12, y la definición de todos los números naturales, la noción fundamental de la aritmética y, con ello de toda la aritmética, viene de la lógica. La sospecha de Frege era que, a pesar de las apariencias, el concepto que fundamenta toda la aritmética es la consecuencia lógica. En el prólogo de *Begriffsscrift* aclara que:

> Cuando me planteé la pregunta de a cuál de estas dos clases pertenecen los juicios matemáticos[4], tuve que ver primero qué tan lejos se podría llegar en la aritmética por medio de inferencias, apoyado solo en las leyes del pensamiento que están por encima de todas las particularidades. Mi procedimiento fue este: primero busqué reducir el concepto de ordenación en una serie a la consecuencia lógica y de ahí progresar hasta el concepto de número. Para que no pudiera introducirse inadvertidamente algo intuitivo, todo tenía que depender de que se suprimiera toda laguna en la cadena de inferencias. (1879, pág 42).

Así, para mostrar que los juicios aritméticos son analíticos es necesario demostrar que las leyes del pensamiento son suficientes para dar cuenta de ellos (1879, p. 41-42); esto quedaría demostrado si el concepto de ordenación en una serie fuera reducido a la consecuencia lógica,

[2] Para un análisis de las circunstancias históricas que llevaron a Frege a preocuparse por los fundamentos de la aritmética véase Kline (1980).
[3] Para una aclaración aguda sobre el modo como Frege comprende los juicios analíticos véase Dummett (1991).
[4] Analíticos o sintéticos

DOI:

pues de esa forma quedaría claro que solo por medio de inferencias es posible avanzar de un número a su sucesor y así formular toda la aritmética. Para que las inferencias sean suficientes es necesario que no haya lagunas en las cadenas deductivas de la aritmética, pues, de otro modo, para alcanzar las ecuaciones y desigualdades aritméticas sería forzoso servirse de la intuición: las inferencias no serían suficientes. Pero si todas las lagunas son superadas, entonces lo intuitivo es superfluo para los juicios aritméticos, pues estos brotarían de las deducciones como flores de una semilla.

De esta manera, la tarea que había de guiar la fundamentación de la aritmética era clara: reducir el concepto de ordenación en una serie a la consecuencia lógica y así avanzar al concepto de número, lo cual implica el carácter analítico de los juicios aritméticos. Por lo tanto, era necesario realizar una investigación sobre el modo como funcionan las deducciones aritméticas: era urgente comprender la naturaleza de la consecuencia para dar con los juicios de la aritmética. Frege relata en *Begriffsschrift*, sin embargo, que al elaborar esta investigación se halló ante un problema que venía del lenguaje y de los símbolos:

> Al procurar cumplir lo más rigurosamente con este requerimiento encontré un obstáculo en la inadecuación del lenguaje: además de lo prolija que resultaba la expresión, cuanto más complicadas eran las relaciones tanto menos podía alcanzar la exactitud que requería mi propósito. De estas necesidades nació la idea de la presente conceptografía. Por lo pronto esta debe servir para probar de la manera más segura la precisión de una cadena de inferencias y para indicar toda presuposición que quisiera colarse inadvertidamente y poder investigarla en su origen. Por ello, se evita expresar cualquier cosa que carezca de significado para la inferencia lógica (1879, 42)

El problema al tratar de resolver la cuestión de si la aritmética es analítica o sintética y de si la ordenación en una serie no es más que una aplicación de la consecuencia lógica, es que el lenguaje ordinario y el simbolismo aritmético son un obstáculo. El lenguaje de la vida corriente, con el que trabajaban la mayoría de los lógicos, hace que la expresión de cadenas deductivas y relaciones semejantes sean muy prolijas y difíciles de simbolizar rigurosamente. Esto conlleva la dificultad de captar el fundamento lógico de los juicios aritméticos, puesto que si las relaciones deductivas no son expresadas con claridad, entonces la aritmética misma no es expresada con claridad. A esta dificultad que viene del lenguaje cotidiano hay que sumarle otras dos. Por un lado, el uso de las categorías gramaticales como sujeto y predicado y los modos pasivos y activos de los verbos para representar los elementos lógicos del juicio introduce confusiones con facilidad puesto que se generan ambigüedades, sea porque un

DOI:
mismo pensamiento adquiere diversas formas lingüísticas, sea porque diversos pensamientos tienen en común la expresión usada; y, por otro lado, como bien señala Frege en *Justificación científica de una conceptografía*, en el lenguaje ordinario una misma palabra o símbolo puede usarse ora como nombre propio ora como nombre de concepto (1882, p. 157), lo cual no solo genera ambigüedades lexicográficas, sino que entorpece la captación de la estructura de los contenidos e incluso hace que estos se confundan con los objetos espacio temporales.

Pero en ese mismo texto de 1882, Frege señala que no solo el lenguaje ordinario presenta tales dificultades, sino que los simbolismos de la ciencia, como los propios de la aritmética y de la química, si bien son mucho más rigurosos en la expresión del contenido conceptual que el español, el alemán, etc., no por ello carecen de ciertos defectos e imperfecciones lógicas (p. 160). La imperfección más importante de tales simbolismos o lenguajes de fórmulas es que, aunque los juicios están bien representados y haya sido eliminada casi por completo la expresión de cosas ajenas a la aritmética o a la química, en estas notaciones no hay símbolos o signos precisos para las relaciones lógicas entre juicios; más bien, estas relaciones apenas están sugeridas y hay que adivinarlas, conjeturarlas (1882, p. 160-161). En particular, Frege señala que no hay símbolos claros para expresar la conexión de consecuencia. Esto, teniendo en cuenta su exigencia de fundamentar la aritmética a partir de cadenas deductivas, es una dificultad grave.

Vemos entonces que los símbolos, sean los del lenguaje cotidiano o los más rigurosos de la matemática y la química, no expresan de forma satisfactoria las conexiones lógicas, cosa que, en el caso particular de la aritmética, conduce a que se considere indispensable la intuición. Desde la perspectiva Fregeana, ello es gravísimo porque implica que se mezcla lo lógico con lo psicológico y con la representación, o por lo menos con lo que es ajeno al pensamiento, como las intuiciones. Pero los símbolos, aunque consigo carguen algunos defectos, son indispensables para captar el contenido de los juicios, incluso los de la ciencia a priori, como la matemática. Puesto que pensamos por medio de palabras u otros símbolos matemáticos, es necesario desarrollar una notación adecuada para la expresión de cadenas deductivas, un simbolismo en el que, por un lado, se pruebe la precisión de las deducciones de la forma más segura y, por otro lado, se pueda investigar en su origen toda presuposición que quisiera colarse inadvertidamente[5].

Así pues, la necesidad de reducir la ordenación en una serie a la consecuencia lógica (la fundamentación de la aritmética) conduce a otra necesidad: la elaboración de una notación o un lenguaje de fórmulas en el que se evita expresar cualquier cosa que carezca de significado

---

[5] Para un examen más detallado de los propósitos de una conceptografía véase Kenny (1997).

DOI:

para la inferencia lógica. Para fundamentar las leyes de la matemática sobre las leyes del pensamiento es necesario expresar estas últimas del modo más claro posible en un lenguaje de fórmulas. A un lenguaje que satisfaga estos requisitos Frege lo denomina una conceptografía. Por medio de una notación así se busca algo elemental: poder examinar las consecuencias de un juicio, esto es, expresar deducciones[6].

La conceptografía que Frege desarrolla es, entonces, una notación, un conjunto de símbolos o un lenguaje de fórmulas con el que se busca reducir las imperfecciones lógicas del lenguaje al mínimo expresando solo aquello que tiene importancia para que una inferencia sea correcta. Este lenguaje de fórmulas en particular tiene por finalidad solo el examen lógico de las consecuencias de los juicios; no puede ser utilizado para ningún otro fin. Por ello, Frege señala que en relación con el lenguaje ordinario la conceptografía es a este lo que un microscopio al ojo humano:

> Creo poder hacer máximamente clara la relación de mi conceptografía con el lenguaje de la vida cotidiana si la comparo con la que hay entre el microscopio y el ojo. Este último, por el alcance de su aplicabilidad y flexibilidad con la que se sabe adaptar a las más diversas situaciones, posee gran superioridad frente al microscopio. Considerado como aparato óptico, muestra sin duda muchas imperfecciones que, comúnmente, pasan desapercibidas solo a resultas de su estrecha conexión con la vida mental. Pero tan pronto como los propósitos científicos exigen grandes precisiones en las distinciones, el ojo resulta insuficiente. Por el contrario, el microscopio es de lo más apropiado para tales fines, aunque por ello no es utilizable para todos los demás. (1879, p. 43)

Este pasaje nos revela que, comparada con los alcances y usos del lenguaje de la vida cotidiana, una conceptografía es muy limitada. Con la construcción de un lenguaje de fórmulas para expresar del modo más riguroso las leyes del pensamiento Frege no busca que el lenguaje cotidiano sea reemplazado; y no por modestia y respeto a los gramáticos y a los hablantes, sino porque en efecto es imposible. El lenguaje del que nos servimos en la vida ordinaria permite hacer mucho más que expresar deducciones y analizar juicios. Por medio de las palabras ambiguas y confusas del quehacer ordinario se sugieren pensamientos, se evocan imágenes, se

[6] Kenny (1997) dice sobre esto: "Su objetivo al hacerlo era limpiar al lenguaje de todos los rasgos que son irrelevantes para la validez de la prueba, puesto que esta era el objeto de su estudio. Los elementos de los enunciados que son esenciales para la inferencia constituyen en la terminología de Frege el contenido conceptual; he aquí la razón de que su nueva notación, diseñada para simbolizar esto y solamente esto, fuera llamada escritura conceptual" (p. 28).

DOI:
producen ciertos sentimientos e incluso se manipulan los símbolos de modo tal que los pensamientos adquieren un ropaje poético y bello, rítmico y eufónico. Sin embargo, ocurre no en pocas ocasiones que las características del lenguaje ordinario que le permiten a los hombres hacer todas estas cosas e incluso muchas más son, a su vez, la causa de que la expresión de los pensamientos y los juicios sea tan confusa y prolija que no puede captarse lo que ha sido expresado o, peor aún, se confunde el pensamiento con lo psicológico y lo espacio temporal. Así como el microscopio no puede reemplazar la versatilidad del ojo humano, pero sí auxiliarla para ciertos propósitos, así la conceptografía no puede sustituir al lenguaje ordinario, aunque suple sus imperfecciones en relación con un fin particular: la expresión precisa de las deducciones y el análisis de las suposiciones en su origen lógico. De esta manera, una conceptografía, tal como Frege la entiende, es más una herramienta para perfeccionar ciertos usos de los símbolos que un nuevo lenguaje; más específicamente, es un lenguaje de fórmulas para perfeccionar los lenguajes de la aritmética, primero, y luego extender su aplicación a la geometría y la mecánica (1879, p. 44), pues en todas estas ciencias son necesarias las leyes del pensamiento.

Así pues, puede concluirse que la conceptografía es un lenguaje de fórmulas pensado para satisfacer cierto fin particular: la expresión rigurosa de las cadenas deductivas, es decir, la expresión de las consecuencias de los juicios de modo que sus suposiciones puedan ser examinadas en su origen. Para ello, Frege se propuso expresar solo lo que tiene alguna significación para la inferencia correcta, dejando de lado las características de los objetos espacio temporales y los fenómenos psicológicos que surgen por la interacción entre hablantes o por la naturaleza sensible de los signos. En un lenguaje así, por lo tanto, solo es expresado lo que está sujeto a las leyes del pensamiento: nada como no sea lo que puede afectar las cadenas deductivas entre los juicios puede tener lugar en una conceptografía. Si bien este objetivo surgió como una necesidad para la fundamentación de la aritmética, con facilidad puede observarse que lo desborda, pues al investigar y construir una representación adecuada de las leyes fundamentales del pensamiento se va mucho más allá del campo de la aritmética: las deducciones aparecen en todas las ciencias y en todos los dominios del pensamiento. Ahora bien, puesto que Frege llama contenido conceptual solo a aquello que le importaba, a lo que afecta las cadenas deductivas, es necesario examinar en lo que sigue de qué manera la conceptografía expresa el contenido conceptual.

DOI:

La expresión rigurosa de las cadenas deductivas y la expresión rigurosa de los contenidos conceptuales

Ahora que hemos examinado el propósito y las exigencias que dieron origen a la conceptografía es preciso considerar con mayor agudeza qué es una notación de este tipo y cómo se distingue de otras similares, pues, según lo recién expuesto, al lector puede parecerle que el lenguaje de fórmulas de Frege es una suerte de cálculo, una mera técnica o un método mecánico para hacer derivaciones y extraer consecuencias. Tal como su creador entiende los símbolos conceptográficos, sin embargo, estos no tienen una naturaleza mecánica que está ordenada para la resolución de ciertos asuntos matemáticos y lógicos, sino que tienen una naturaleza orgánica, como el pensamiento mismo (Frege 1880/81).

Al aclarar a sus lectores y críticos (principalmente a Schroder)[7] por qué su conceptografía no era una notación que representaba las conexiones lógicas de un modo más enrevesado que el sistema de Boole, sino que ciertamente era muy distinta y superior, Frege señala que mientras aquel tenía en mente un sistema basado en los símbolos algebraicos para la resolución mecánica de problemas matemáticos, él tenía ante la vista la expresión de un contenido, la necesidad de expresar del modo más claro las conexiones de los juicios aritméticos (1882, p. 47). Para Frege, una notación algebraica como la de Boole está diseñada para representar solo la parte formal del pensamiento: puede operarse sobre los símbolos como si se tratara de algoritmos; pero estos símbolos no son suficientes para expresar un contenido, pues lo que constituye el contenido del juicio no es representado. Desde la perspectiva de Frege, en el cálculo booleano no hay una preocupación por que los contenidos juzgables, sus partes y sus conexiones internas, sean representadas del mejor modo posible[8].

Frege recuerda en varios textos en los que contrasta sus símbolos y los de la tradición booleana que al diseñar la conceptografía buscaba la expresión de los contenidos de la aritmética y sus conexiones, no un sistema para calcular mecánicamente: tenía como modelo no un *calculus raciocinator*, sino una *lingua characteristica*[9]:

> Si lo entiendo correctamente, Boole quería construir una técnica para resolver problemas lógicos sistemáticamente, similar a la técnica de eliminación y resolviendo lo desconocido que el álgebra enseña. Para este fin, representa los juicios en la forma de ecuaciones que construye a partir de

[7] Véase, para mayor claridad histórica sobre el asunto, Schroder (1880).
[8] Para una discusión histórica y crítica sobre la disputa entre Frege, Schroder y Bool, véase Castillo (1993).
[9] Para un análisis de esta distinción con respecto de la lógica véase Van Heijenoort (1967), *Logic as calculus and logic as language*.

DOI:

> letras y signos aritméticos como +, 0 y 1. Las leyes lógicas entonces adquieren la forma de algoritmos, aunque estos solo coinciden en parte con aquellos que valen para la aritmética. En todo esto no hay preocupación alguna por el contenido. (...)
> En contraste, podemos establecer el objetivo de mi conceptografía. Desde el comienzo tuve en mente la expresión de un contenido. Lo que persigo es una lingua characterica en primera instancia para las matemáticas, no un cálculo restringido a la lógica pura. Pero el contenido tiene que ser presentado con mayor exactitud que en el lenguaje verbal. Porque este deja muchas cosas a las conjeturas, incluso si solo son del tipo más elemental. Solo hay una imperfecta correspondencia entre el modo como las palabras están concatenadas y la estructura de los conceptos. Las palabras bote salvavidas (lifeboat) y lecho de muerte (deathbed) están construidas de forma similar aunque las relaciones lógicas de los constituyentes sean diferentes. De modo que estas últimas no son expresadas, sino dejadas a conjeturas. (pág 12-13).

Tal como Frege ve el asunto, los signos y las fórmulas algebraicas de Boole representan las relaciones lógicas y los juicios con el fin de que exista un método sistemático y algorítmico para que los problemas lógicos sean fácilmente resueltos. En los signos de Boole los juicios se representan por medio de letras (x,y,z) y las conexiones lógicas por medio de combinaciones entre las letras que resultan en ecuaciones[10]. No hay una preocupación real por el contenido que se expresa porque la notación no es suficiente y adecuada para distinguir los elementos que componen el contenido o para distinguir juicios que gramaticalmente son semejantes pero lógicamente difieren. Si bien Frege reconoce que su conceptografía y los signos booleanos tienen un propósito común, la representación perspicua de conexiones lógicas por medio de signos escritos, aquella busca expresar todo lo que es esencial a los contenidos, no solo las operaciones lógico-formales básicas (1880/81, p. 12-13); no solo busca construir un cálculo que permita representar la inferencia y los razonamientos, sino una *lingua caracterica* en la que los componentes del juicio sean reconocibles, en la que haya una correspondencia entre los símbolos y la estructura de los conceptos. Esta *lingua*, como sugiere el pasaje, busca representar los contenidos con mayor exactitud que el lenguaje ordinario, en el que se confunden la estructura y naturaleza de los conceptos matemáticos en particular y las de los conceptos de

[10] Véase, por ejemplo, Boole (1854), *An investigation on the laws of thought* (p. 862-865).

los otros saberes en general. Las diferentes relaciones lógicas no han de quedar simplemente sugeridas sino que han de ser claramente expresadas para que los contenidos en efecto sean representados.

La *lingua caracterica*, como bien sugiere Leibniz, tiene que *peindre non les paroles mais les penseés* (representar no las palabras, sino los pensamientos). Así pues, la perfección lógica que se busca por medio de esta lengua, la conceptografía, es que los pensamientos sean claramente expresados, que su estructura interna y sus conexiones sean reconocibles: nada esencial al contenido de un juicio ha de quedar a las conjeturas, sino que debe tener signos especiales y distintivos. La tarea de la conceptografía es, en últimas, hacer reconocibles en los símbolos todos los elementos de los pensamientos que son necesarios para que estos sean expresados, separándolos de los que son accidentales, superfluos y poco esclarecedores. Para satisfacer esta exigencia, expresar los pensamientos sin enredarse por el uso de las palabras, Frege se sirve de dos principios: el primero, distinguir los diferentes elementos de los juicios que pueden afectar sus posibles consecuencias, utilizando signos especiales y diferentes para cada uno (es decir: mostrar en los símbolos las diferencias allí donde hay diferencias lógicas); el segundo, reconocer y expresar del modo más simple las relaciones más simples, mostrando que las más complejas se basan en ellas (Véase Frege, 1882, p. 46). En lo que sigue mostraremos cómo estos dos principios se manifiestan en la construcción del lenguaje conceptográfico.

La primera sección de *Begriffsschrift* está dedicada a la distinción de todos los símbolos que se requieren para que los contenidos juzgables sean expresados: se simboliza todo lo que puede afectar las consecuencias de un juicio, todo lo que tiene alguna significación para la inferencia válida. Lo primero que distingue son los contenidos conceptuales que pueden ser afirmados de aquellos que en efecto son afirmados. Como ya vimos en la primera cuestión, esto lo hace por medio de las barras de contenido y las barras de juicio: la primera expresa que el símbolo puede ser afirmado y cabe extraer consecuencias de él; la segunda expresa que el juicio se tiene por verdadero, es decir, que es afirmado (1879, p. 51-52). Esta aclaración le permite mostrar a Frege que las distinciones entre juicios particulares y universales, negativos y afirmativos no es una distinción entre juicios, sino que se refiere al contenido juzgable.

Frege aclara posteriormente que los contenidos conceptuales tienen que dividirse entre los contenidos juzgables y los no juzgables: los primeros se componen de aquellos. Un contenido juzgable es, por ejemplo, 'la casa de príamo era de madera' y un contenido no juzgable es el número '2', 'casa', etc. A partir de esta distinción se introduce en el parágrafo 9 el signo compuesto de la función F(x), F(x,y) etc., los cuales representan los conceptos y los objetos que bajo ellos caen (1879, p. 66-70). En este tipo de símbolos el elemento estable *F*

DOI:

corresponde a la relación y el elemento variable *x* o *y* corresponde a los objetos relacionados. Así, el símbolo del contenido juzgable, la proposición, es un compuesto que tiene un lugar para la función y un lugar para el argumento, un lugar para las relaciones y un lugar para los objetos relacionados. Frege aclara en muchos textos que, debido a la naturaleza lógica de los contenidos, el símbolo de la función siempre tiene que ser compuesto, es decir, sus elementos no pueden tomarse separadamente: la relación no se expresa sin que se indiquen los objetos relacionados y estos no se expresan sin que se indique la relación. Por ello, el lugar del argumento no se da sin el de la función y este no se da sin aquel (1880/81, p.17).

Ahora bien, de los elementos simbólicos que expresan relaciones lógicas, Frege toma como los más simples la condicionalidad y la negación. En cierto sentido, la negación puede ser más simple que la condición puesto que puede afectar solo a un contenido, expresando, por ejemplo, que A no tiene lugar (Frege, 1879, p. 60). Pero la relación más simple entre pensamientos es aquella compuesta por dos contenidos juzgables A y B, de modo tal que de los cuatro casos posibles (se afirman los dos, se niegan los dos, se afirma el primero y se niega el segundo, y se niega el primero y se afirma el segundo) se niega el tercero, a saber, A se afirma y B se niega[11]. Frege representa esta relación por medio de la barra de condición, la cual dice, entonces, que no es el caso de que se afirme A y se niegue B. Combinando las barras de negación y condicionalidad de modo que se niegue el antecedente o el consecuente se puede expresar la conjunción y la disyunción, sea exclusiva o inclusiva. Esto lleva a Frege a concluir que la distinción entre juicios hipotéticos, disyuntivos, etc., de la lógica anterior solo tiene importancia para la gramática, pues tales contenidos pueden ser construidos a partir de relaciones lógicas más simples (1879, p. 54).

Frege dice que la conexión 'si… entonces', expresada por la barra de condición, aún no es suficiente para señalar una conexión causal entre contenidos, es decir, esta conexión no indica que A implica B, sino que solo expresa la negación de que uno se afirme y el otro se niegue (No (A y No B)). Para expresar la consecuencia lógica entre contenidos es necesario introducir un elemento cuantitativo, a saber, la generalidad (Frege, 1879, p. 75).

El elemento lógico y cuantitativo de la generalidad es expresado por medio de una concavidad en la barra de contenido y unas letras góticas que funcionan como variables. El símbolo de generalidad se antepone a un signo de función y se utiliza para reflejar que,

[11] Según Frege (1882), esta es la relación más simple porque: "Si aplicamos esta norma, vemos que la relación más simple entre dos contenidos enjuiciables A y B se obtiene a través de la negación de uno de los cuatro casos (A y B, A y No B, No A y B, No A y No B), puesto que la negación de dos de estos casos dice más que la negación de uno solo y la negación de tres casos dice aún más: es equivalente a la afirmación del cuarto caso" (p. 49).

independientemente del objeto considerado, cierta función *F(x)* es un hecho. Por ejemplo, si se antepone el signo de generalidad a la función 'ser un hombre', se expresa que todas las cosas son hombres. Ahora bien, si la generalidad se antepone a una barra de condición en la que dos contenidos juzgables F(x) y G(x) tienen lugar respectivamente, entonces se expresa la consecuencia lógica o el nexo causal entre contenidos, pues se dice que, para cualquier objeto, independientemente de cuál sea, no ocurre que tenga la característica F y carezca de la característica G. De esta forma, se expresan juicios como 'todo hombre es animal', 'todo hombre es mortal', etc. Si a la generalidad se le antepone el signo de negación, entonces se niega la generalidad (no todos); y si la generalidad se antepone a la negación, entonces se expresa que para cualquier objeto no es el caso que posea la característica F(x). De esta forma, todas las indicaciones de cantidad pueden ser elaboradas a partir de los signos de generalidad y negación, que son más simples.

Con respecto de la lógica de Boole, Frege señala que sus símbolos no son adecuados para expresar todos estos elementos lógicos del juicio, por un lado, y que son inadecuados para representar del modo más simple las relaciones simples, de manera que se refleje en el simbolismo cómo las relaciones más complejas dependen de estas (1880/1, p. 46). Según los textos de Frege, la notación algebraica (de Boole, de Jevons, de Schroder, etc.) es insuficiente porque los conceptos no son representados por medio de símbolo alguno, sino solo sus extensiones a través de diagramas semejantes a los de Venn, por lo cual no se distinguen las relaciones de los objetos relacionados y se toma lo que cae bajo el concepto como el concepto mismo, cosa que es un error para Frege[12]. Pero Frege no solo reprocha esto contra la insuficiencia de las fórmulas booleanas: en sus signos, además, no hay manera alguna de construir la generalidad y, por lo tanto, no hay manera de representar el aspecto cuantitativo de los juicios (Frege, 1882, p. 46)[13]. Así, en los símbolos de Boole expresiones como "Hay dos personas enfermas", etc., no son representables de forma perspicua. Los lenguajes booleanos, desde esta perspectiva, no logran representar todo lo que es esencial para que un contenido llegue a ser expresado con claridad: en su notación no todos los elementos de un juicio podrían reconocerse, pues en las solas letras X,Y, Z etc., se esconden los cuantificadores, las funciones y los lugares para los argumentos: los símbolos no reflejan la composición de los pensamientos, sus partes no se corresponden con las de estos. La lógica booleana no satisface el principio lógico fundamental de Frege: lo que es esencial para la inferencia es esencial para el contenido

[12] Véase, por ejemplo, *A Critical Elucidation of some Points in E. Schroder´s Lectures on the Algebra of Logic* (1885).
[13] Para una discusión crítica sobre la cuantificación en Frege y en la tradición algebraica véase Perilla (2016).

DOI:

conceptual y, por lo tanto, en un lenguaje lógico todo lo que afecta las inferencias debe ser expresado de forma clara y distinta.

El segundo principio, que lo simple sea representado de forma simple y lo complejo de forma compleja, tampoco es satisfecho por las notaciones de Boole y algunos de sus seguidores, puesto que hay muchas relaciones primitivas que fácilmente pueden construirse a partir de otras, como muestra Frege en *Begriffsschrift* al tratar de los condicionales y de la negación, de las conjunciones y de las disyunciones. En su pequeño texto *El lenguaje lógico de Boole y mi conceptografía* (1882), Frege se esfuerza por demostrar cómo sus símbolos establecen del modo más simple las relaciones más simples y cómo estas son la base de las más complejas; y señala, además, que Boole se sirve de por lo menos cuatro signos primitivos (igualdad A=B, suma A+B, producto A*B y resta A-B), cuyo significado no se corresponde con relaciones simples, es decir, no hay razón alguna para tomarlas por primitivas. Los símbolos de Boole, por lo tanto, no muestran de forma correcta cómo sobre lo simple se construye lo complejo. Frege, después de todo, atribuye estos diferentes defectos al haber querido construir los símbolos lógicos a partir de símbolos algebraicos, es decir, a partir de símbolos que son ajenos al asunto mismo:

> Resulta notorio en todo esto el exceso de signos. Como consecuencia necesaria, esto comporta a su vez un exceso de reglas de cálculo primitivas. La razón estriba estriba indudablemente en que se pretende imponer a la lógica signos que se han tomado de una ciencia ajena (el álgebra), en lugar de partir de ella misma y de sus propias necesidades
>
> Yo he seguido un camino bien distinto, de acuerdo con el cual cada signo primitivo recibe un significado tan simple como sea posible. Cuando de dos expresiones una dice todo lo que la otra significa, mientras que esta no contiene todo el significado de aquella, digo que el significado de la segunda es más simple que el de la primera, ya que cuenta con menos contenido (1882, p. 48-49).

En contra del exceso de signos de las fórmulas Booleanas, Frege busca que sus símbolos sean lo más adecuados posibles a lo que las relaciones lógicas mismas exigen, evitando cualquier construcción forzada que venga de signos ajenos: lo más importante es que la naturaleza de los juicios y de sus contenidos muestre cómo han de formarse y constituirse los ropajes del pensamiento. No se busca imponerle una forma simbólica a la fuerza, sino una que refleje del modo más perfecto lo que puede pensarse, afirmarse y tenerse por verdadero. Frege, en consecuencia, no solo persigue un mero método sistemático para dar con soluciones de problemas, busca que los contenidos puedan ser percibidos en los símbolos con claridad. Para

DOI:
que el contenido conceptual sea expresado en una notación conceptográfica todo lo esencial tiene que representarse, de modo que los diferentes elementos del juicio sean distinguibles; y las relaciones lógicas tienen que aparecer en el simbolismo de manera que a las simples les correspondan signos simples y las complejas se construyan a partir de las otras. Solo así puede una notación ser una *lingua characterica* y no un mero *calculus*.

Ahora bien, para examinar de forma más rigurosa el asunto de la expresión del contenido conceptual a través de una conceptografía, es importante recordar que Frege llama contenido conceptual a aquello que puede afectar una inferencia válida o una cadena deductiva (véase 1879, pág 53). Al delimitar en su notación todos los elementos esenciales para la expresión de los contenidos juzgables, Frege establece por medio de símbolos todo lo que es necesario para que las consecuencias de un juicio puedan examinarse en su origen. Encontrando una manera de expresar las partes del contenido conceptual se encuentra una manera de reconocer las consecuencias que se siguen de un juicio. La condicionalidad, la negación, la función, el argumento, la generalidad, etc., son los elementos esenciales que deben representarse para que los pensamientos sean expresados; pero también, según muestra el parágrafo 3 de *Begriffsschrift*, la expresión en símbolos de estos elementos es lo que permite que los presupuestos de los juicios puedan ser examinados en su origen y que ninguna laguna pase inadvertida en las cadenas de deductivas. La expresión clara de los contenidos y la supresión de las lagunas en las deducciones, según lo anterior, son una y la misma cosa. La conceptografía solo tiene un objetivo: que el pensamiento se exprese con claridad y, puesto que el pensamiento se determina según sus consecuencias, este objetivo solo puede cumplirse si las deducciones son rigurosas y precisas. Nada que sea esencial al contenido puede dejarse por fuera y nada que no afecte las consecuencias de un juicio puede incluirse. El contenido, por lo tanto, queda expresado cuando es analizable, de otro modo sólo es indicado o puesto a conjeturas.

La conceptografía como expresión del pensamiento puro, es decir, como una herramienta para delimitar el contenido conceptual: hacia una nueva forma de enseñar lógica

Las imperfecciones lógicas del lenguaje se superan por medio de la expresión clara de todo lo que es esencial al contenido: para ello, hay que delimitar cuáles elementos del símbolo usado representan algo que afecta las consecuencias de los juicios y de qué manera las afecta, es decir, de qué manera afectan las posibles consecuencias del juicio. Se delimita en el símbolo lo esencial de los contenidos conceptuales delimitando lo que es esencial para las deducciones.

La conceptografía es un conjunto de símbolos en los que esta delimitación ocurre: para eso fue creada. Frege señala, por ello, que sus símbolos son un lenguaje de fórmulas para el pensamiento puro: se expresan relaciones independientes de las propiedades de los objetos espacio temporales e independientes de las representaciones psicológicas y de la actividad mental: solo lo que tiene significación para las consecuencias de un juicio es simbolizado en una notación conceptográfica. Aquí la analogía entre el ojo y el microscopio puede ser esclarecedora de nuevo: si bien el lenguaje ordinario, al igual que el ojo humano, puede mostrarnos el objeto, su visión va acompañada de muchas otras cosas que son accidentales y confunden; una conceptografía, al igual que un microscopio, no solo nos muestra el objeto, sino que para hacerlo separa de su visión esos accidentes que enturbian las observaciones. Si expresamos en los símbolos las leyes del pensamiento de forma clara, entonces estos son, desde el punto de vista lógico, perfectos.

Esta concepción de la lógica y de las herramientas simbólicas que se usan para representar sus relaciones tiene consecuencias notables para la enseñanza de esta disciplina en la actualidad. A partir del siglo XIX, la lógica, que hasta entonces era enseñada bajo la silogística de Aristóteles, tuvo una transformación radical. Los lógicos y matemáticos ingleses implementaron un nuevo lenguaje formal, heredado del álgebra, para representar las proposiciones, las relaciones lógicas y la inferencia. Se matematizó la lógica, es decir, surgió la lógica matemática (algebraica) en manos de Boole, de Peano, de Morgan, e incluso, del excéntrico Lewis Carroll. Por ejemplo, Boole define su proyecto lógico de la siguiente manera:

> El propósito del siguiente tratado es investigar las leyes fundamentales de aquellas operaciones de la mente bajo las que razonamos; dar expresión a estas operaciones por medio del lenguaje simbólico de un cálculo y, sobre esta fundamentación, establecer la ciencia de la lógica y construir su método. (Boole, An investigation on the laws of thought, p. 842) (Traducción propia).

La concepción algebraica de la lógica representa las proposiciones y las inferencias como algoritmos, un cálculo formal en el que a partir de meras reglas sintácticas y formales se pueden resolver problemas de forma mecánica. La enseñanza de estas reglas y su representación formal es la base de la enseñanza de la lógica moderna, en la que el aprendiz debe utilizar estas reglas, representadas de forma axiomática, para realizar cálculos semejantes a los del álgebra.

La concepción fregeana de la lógica difiere radicalmente de esta concepción formal, ya que no entiende los procedimientos lógicos como cálculos formales, sino como relaciones entre contenidos. Para Frege, la inferencia y la deducción no son relaciones formales y algebraicas, sino que son el modo como se esclarece el contenido conceptual de un juicio. Para Frege, la lógica no tiene como objetivo poder hacer un cálculo formal por medio de reglas mecánicas de inferencia, sino que su objetivo es elucidar de forma correcta cómo están relacionados entre sí los conceptos que usamos para pensar la realidad.

Desde este punto de vista, la lógica se enseña no para que el aprendiz aprenda a seguir reglas de cálculo, sino para que vea con claridad cuál es la relación que existe entre los diversos conceptos que expresamos en el lenguaje. La lógica es una herramienta para pensar, no para calcular. Aprender lógica, así pues, no consiste en aprender lenguajes de cálculo formal, sino aprender a expresar claramente las conexiones entre juicios, proposiciones y conceptos. Esta forma de ver la lógica no se centra en la mera estructura formal de los juicios, sino que directamente busca dilucidar su contenido concreto por medio de la elucidación de sus conexiones inferenciales. El objetivo de la lógica es expresar claramente el pensamiento, independientemente de los signos que se usan para ello. No se trata de crear un cálculo formal, sino de expresar claramente nuestros conceptos a través de las relaciones lógicas que los articulan.

Para Frege, los lenguajes que usamos para representar las relaciones lógicas son solo instrumentos, herramientas, como el microscopio, para analizar de forma correcta el contenido conceptual de nuestros signos. Al enseñar lógica, el aprendiz no tiene por qué aprender a calcular siguiendo reglas mecánicas, tiene que aprender a analizar y entender cuáles son las consecuencias de un juicio, de una proposición. La lógica nos enseña a ver en el lenguaje lo que este mismo expresa, nos enseña a separar lo que es esencial a la expresión de un concepto, de lo que es accidental o superfluo.

Dado que el contenido de los conceptos y de las proposiciones se elucida por medio de la elucidación de sus posibles consecuencias, aprender a dominar la deducción y las inferencias es aprender a interpretar conceptos, no a calcular. Por ejemplo, para entender qué significa la palabra “humano” es necesario entender que, si alguien es un humano, entonces también es un animal, es decir, que de lo humano se sigue lógicamente la animalidad. Y del hecho de que una cosa sea un animal se sigue que es un organismo vivo. Por lo tanto, quien entiende el concepto “humano”, entiende que todo lo que es humano es, a su vez, un organismo vivo. El entendimiento de esas conexiones lógicas es crucial para todas las ciencias taxonómicas, como la biología, por poner un caso.

Nuestro pensamiento se compone de relaciones lógicas que articulan los diferentes conceptos de diferentes maneras. Expresar de forma clara esas conexiones es esencial para expresar de forma clara los conceptos mismos y, por lo tanto, es esencial para pensar correctamente, es decir, con sentido. Desde el punto de vista de Frege y su proyecto, aprender lógica no es aprender a calcular siguiendo reglas sintácticas, sino que consiste en aprender a expresar adecuadamente los conceptos con los que pensamos. Esta expresión sólo es posible si se expresan de forma correcta las relaciones inferenciales. La enseñanza de la lógica, por lo tanto, no debe basarse en dominar la capacidad de cálculo, sino en dominar la claridad de la expresión, la rigurosidad del pensamiento. Enseñar lógica es enseñar a expresar claramente los pensamientos, no a calcular de forma mecánica. Quien aprende a calcular y a seguir las reglas mecánicas de un sistema formal ciertamente está aprendiendo algo, pero no la lógica de nuestro pensamiento. Esta debe enseñarse de un modo completamente distinto para que, en efecto, el estudiante aprenda a pensar.

Referencias

Frege, G. (1873). *On a Geometrical Representation of Imaginary Forms in the Plane* en *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy (1984)*. Basil Blackwell: Nueva York.

Frege, G. (1874). *Methods of Calculation based on an Extension of the Concept of Quality* en *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy (1984)*. Basil Blackwell: Nueva York.

Frege, G. (1879). *Conceptografía*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F.

Frege, G. (1879/91). *Logic* en *Posthumus Writings (1979)*. Basil Blackwell: Londres.

Frege, G. (1880/81). *Boole´s logical calculus and the Concept-script* en *Posthumus Writings (1979)*. Basil Blackwell: Londres.

Frege, G. (1882). *Boole´s logical Formula-language and My Concept-script* en *Posthumus Writings (1979)*. Basil Blackwell: Londres.

Frege, G. (1882) *Justificación científica de una conceptografía*, en *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas* (2016). UNAM, Instituto de investigaciones filosóficas: México D.F.

Frege, G. (1884). *Los fundamentos de la aritmética*, en *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F

Frege, G. (1885). *On Formal Theories in Arithmetik* en *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy (1984)*. Basil Blackwell: Nueva York.

Frege, G. (1891). *Función y concepto*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F

Frege, G. (1892). *Sobre sentido y referencia*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F

Frege, G. (1892).*Sobre concepto y objeto*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F

Frege, G. (1893).*Las leyes fundamentales de la aritmética (selección)*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F

Frege, G. (1895). *A Critical Elucidation of some Points in Schroder´s Lectures on the Algebra of Logic* en *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy (1984)*. Basil Blackwell: Nueva York.

Frege, G. (1897). *On Mr. Peano´s Conceptual Notation and My Own* en *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy (1984)*. Basil Blackwell: Nueva York.

Frege, G. (1897). *Lógica: separación del pensamiento de sus envolturas*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F.

Frege, G. (1906). *Introducción a la lógica: separación de la fuerza asertiva del predicado*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F.

Frege, G. (1918). *El pensamiento: una investigación lógica*, en *Escritos sobre lógica semántica y filosofía de las matemáticas*. (2016). UNAM, Instituto de inevstigaciones filosóficas: México D.F.

Frege, G. (1919). *La negación. Una investigación lógica*, en *Investigaciones lógicas*. (1984). Editorial Tecnos: Madrid.

Frege, G. (1923). *Composición de pensamientos*, en *Investigaciones lógicas*. (1984). Editorial Tecnos: Madrid.

Frege, G. (1923). *Generalidad lógica*, en *Escritos sobre semántica y filosofía de la lógica*. (1998). Editorial Tecnos: Madrid

Bibliografía secundaria

Bejarano, A. (2016). Llueve. Una polémica en torno a los constituyentes inarticulados. *Discusiones filosóficas*, *22*, 107-123

Bejarano, A. (2015). *Frege: inferencia y expresión*, en *Lógica, Argumentación y Pensamiento Crítico (2015).* Academia Mexicana de Lógica: Guadalajara

Bejarano, A. (2016). La lógica fregeana: una propuesta sobre la enseñanza de la lógica. *Itinerario Educativo*, *68*, 165-186

Bejarano, A. (2017). La lingua Characteristica: el proyecto lógico de Gottlob Frege. *Agora*, vol 36.

Blanchette, P.A (2012). *Frege´s Conception of Logic*. Oxford university press: Oxford

Brandom, R. (1994), *Making it Explicit. Reasoning, Representing, and Discursive Commitment*. Cambridge, Mass., Harvard University Press

Brandom, R. (2000). *Articulating reasons. An introduction to inferentialism*. Harvard University press.

Boole, G. (1854). *An Investigation on the Laws of Thought*, en *God Created Integers* (2007). Running Press: Philadelphia.

Castillo, P (1993). Frege contra la concepción booleana de la lógica. *Endoxa*: *series filosóficas*, vol 1.

Dummet, M (1991). *Frege: Philosophy of mathematics*. Duckworth: Londres.

Frápolli, M. J. y Villanueva, N. (2013), "Frege, Sellars, Brandom. Expresivismo e Inferencialismo contemporáneos". En D. Pérez Chico (ed.), *Perspectivas en Filosofía Contemporánea*. Universidad de Zaragoza.

Frápolli, M (2017). Reivindicando el proyecto de Frege. La prioridad de las proposiciones y el carácter expresivo de la lógica. *Disputatio. Philosophical research bulletin*, Vol. 6. pp. 1- 42.

Greimann, D (2014). Frege on truth, assertoric force and the essence of logic. *History and philosophy of logic*, vol. 35: Taylor and Francis.

Goldfarb, W. (2001). *Frege´s Conception of Logic*, en *Future Pasts. The Analytic Tradition in Twentieth Century Philosophy.* Oxford University press: Oxford.

Macbeth, D. (2005). *Frege´s Logic*. Harvard University Press: Cambridge, Mass.

Mezzadri, D (2018). Logic, judgement, and inference: What Frege should have said about illogical thougt. *Journal of hte history of philosophy*, vol 56.

Perilla, B (2016). *El origen de la lógica de primer orden: Frege y Peirce sobre la teoría de la cuantificación.* Universidad del Valle: Cali.

PANORAMA, 2025, VOL. 20, No. 38

DOI:

Taschek, W (2008) Truth, assertion and the horizontal: Frege on 'The essence of logic'. *Mind*, vol 117.

Valdés, L (1984). *Presentación*, en *Investigaciones Lógicas*. Tecnos: Madrid

Valdés, L. (1998). *Introducción*. En *Frege, Gottlob. Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*, 11-45. Madrid: Tecnos.