



PANORAMA
ISSN: 1909-7433
ISSN: 2145-308X
ednorman@poligran.edu.co
Politécnico Grancolombiano
Colombia

ÁLGEBRA TEMPRANA EN ESTUDIANTES CON TALENTO EXCEPCIONAL DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Valbuena-Duarte, Sonia; Rivera Payares, Aricelith; Padilla-Escorcía, Iván Andrés
ÁLGEBRA TEMPRANA EN ESTUDIANTES CON TALENTO EXCEPCIONAL DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

PANORAMA, vol. 15, núm. 29, 2021
Politécnico Grancolombiano, Colombia

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=343967896044>

DOI: <https://doi.org/10.15765/pnrm.v15i29.3083>



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

Artículos de investigación científica y tecnológica

ÁLGEBRA TEMPRANA EN ESTUDIANTES CON TALENTO EXCEPCIONAL DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Early algebra in students with exceptional talent from primary basic education

Algebra inicial em alunos com talento excepcional da educação básica primária

Sonia Valbuena-Duarte

soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

Universidad del Atlántico, Colombia

Aricelith Rivera Payares aprivera@mail.uniatlantico.edu.co

Universidad del Atlántico, Colombia

Iván Andrés Padilla-Escorcía

iapadilla@mail.uniatlantico.edu.co

Universidad del Atlántico, Colombia

PANORAMA, vol. 15, núm. 29, 2021

Politécnico Grancolombiano, Colombia

Recepción: 08 Noviembre 2020

Aprobación: 22 Noviembre 2021

DOI: <https://doi.org/10.15765/pnrm.v15i29.3083>

Redalyc: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=343967896044>

Resumen: El Álgebra Temprana propone que su inserción en la etapa escolar a temprana edad potencia desarrollos de conocimiento para el manejo de situaciones con grado de complejidad creciente. Es así como el objetivo de la presente investigación fue desarrollar el pensamiento algebraico en estudiantes con talento excepcional de educación básica primaria en el área del conocimiento de las matemáticas. Para esto, se realizó un diseño de estudios de casos múltiples, el muestreo fue de tipo intencional, al escoger tres estudiantes identificados como talentos excepcionales en matemáticas mediante un examen diagnóstico que realiza la institución a la cual pertenecen estos alumnos al ser admitidos, así como la disponibilidad y el registro de consentimiento informado de sus padres para hacer parte de la investigación. Se utilizaron como materiales y métodos una entrevista aplicada al profesor a cargo del área y una prueba diagnóstica a los estudiantes. A partir de los resultados obtenidos se diseñaron actividades didácticas enfocadas en el desarrollo de las competencias de argumentación y resolución de problemas, en los cuales se identificó la evolución de los estudiantes en cuanto a la interpretación, análisis, comprensión, argumentación y resolución de distintos problemas relacionados con el álgebra temprana.

Palabras clave: álgebra temprana, resolución de problemas, talentos excepcionales, argumentación, pensamiento matemático.

Abstract: Early Algebra movement proposes that its insertion in the school stage at an early age enhances the development of knowledge for the handling of situations with increasing degree of complexity. Thus, the aim of this research was to characterize didactic sequences for the development of early algebra in students with exceptional talent in basic primary education in mathematics. For this it was used as materials and methods an interview applied to the teacher and a diagnostic test to three students under this condition. Based on the results obtained, didactic activities were designed focused on the development of argumentation and problem-solving skills, in which the evolution of exceptional students was identified in terms of interpretation, analysis,

understanding, argumentation and resolution of different problems related to early algebra.

Keywords: early algebra, problem solving, exceptional talents, argumentation, mathematical thinking.

Resumo: O movimento da Álgebra inicial propõe que sua inserção na fase escolar em idade precoce potencializa o desenvolvimento de conhecimentos para lidar com situações de crescente grau de complexidade. artigo tem como objetivo caracterizar sequências didáticas para o desenvolvimento da álgebra precoce em alunos com excepcional talento do ensino básico na área do conhecimento da matemática. Para isso foi usado como materiais e métodos uma entrevista aplicada ao professor e um teste diagnóstico a três alunos nesta condição. A partir dos resultados obtidos, foram elaboradas atividades didáticas voltadas para o desenvolvimento da argumentação e da resolução de problemas, nas quais se identificou a evolução de alunos excepcionais em termos de interpretação, análise, compreensão, argumentação e resolução de diversos problemas relacionados à álgebra inicial.

Palavras-chave: álgebra inicial, resolução de problemas, talentos excepcionais, argumentação, pensamento matemático.

INTRODUCCIÓN

Los antecedentes del álgebra temprana se atribuyen al equipo de investigadores de Davydov (Carragher et al., 2006), quienes proponen un plan de estudios de matemáticas con la idea base de potenciar desde los primeros años de escolaridad en los niños la generalidad en el pensamiento con desarrollos de pensamiento algebraico; adicionalmente, esta propuesta generaliza la aritmética como base para el álgebra.

En este sentido, la problemática en esta investigación radica en la transición de la aritmética al álgebra, que impacta desde los primeros ciclos escolares, debido a que la formación que reciben los estudiantes en los grados previos al curso de álgebra impide que dispongan de conceptos abstractos o procesos de generalización y patrones con relación al pensamiento matemático (Carragher & Schliemann, 2019). Esto conduce a que al adoptar conceptos algebraicos los estudiantes presenten dificultades en el dominio del lenguaje simbólico (Castañeda et al., 2019), lo cual sucede porque los profesores de matemáticas no incluyen contenidos aritméticos con nociones algebraicas en la educación básica primaria (Aké et al., 2015; Padilla-Escorcía & Mayoral, 2020).

Por ese motivo, investigaciones realizadas en los últimos tiempos dan muestra de que el álgebra temprana permite la inserción del pensamiento algebraico en los primeros ciclos escolares con relación a la formulación, interpretación y relación de patrones que contribuyen en el desarrollo del pensamiento matemático (Lin, 2018; Alsina, 2019). En ese orden, se hace conveniente que los profesores establezcan relaciones entre la aritmética y el álgebra en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, de manera que fomenten a que los estudiantes adquieran conocimientos formales y generalizados de los temas previos y posteriores a estos (Cervantes et al., 2019; Hulse et al., 2019).

Sin embargo, en el contexto colombiano, en la Educación Básica Primaria, no se incluye el álgebra temprana en la enseñanza de las matemáticas dentro de los planes curriculares (MEN, 2006).

De hecho, en los resultados del año 2012 al 2017 en las pruebas estandarizadas nacionales de conocimientos (conocidas como Saber de 3º, 5º y 9º de educación básica), aplicadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), se concluyó que los estudiantes obtuvieron un nivel mínimo en las competencias matemáticas relacionadas con el razonamiento, comunicación, modelación y resolución de problemas (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES], 2018). Ante esto, es preocupante que en general los estudiantes en Colombia no alcanzaron el desarrollo de competencias del pensamiento matemático, de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias (EBC), propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006).

Así mismo, Ayllón et al. (2016) afirman que otra de las causas que ocasiona que el álgebra temprana no sea atendida desde los inicios de la escolaridad es la gran dificultad de los estudiantes para resolver problemas, relacionar las letras como variables y la incapacidad de hacer conclusiones válidas a las respuestas obtenidas en la solución de un problema matemático (argumentación), premisas que son fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático (Solar, 2018).

Por otra parte, existen estudiantes que cuentan con talentos excepcionales, que debido a sus habilidades se encuentran por encima del promedio con relación al desempeño de sus pares (Valbuena et al., 2021), y a los cuales generalmente no se les potencia sus habilidades y fortalezas, ya que los profesores se enfocan en los estudiantes que presentan dificultades, capacidad regular o con necesidades educativas especiales (Toalongo et al., 2021). En contraste con esto, en los años 2015 y 2017 el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha planteado que los estudiantes con talentos excepcionales deben recibir la misma atención que los demás estudiantes, puesto que estos también pertenecen al sistema educativo colombiano (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017a; 2017b).

Bajo esta perspectiva, se tiene que los estudiantes con talento matemático disponen de las siguientes características: la interpretación del lenguaje verbal y no verbal, la flexibilidad cognitiva, habilidades metacognitivas y procesamiento rápido de la información (Acosta & Alsina, 2017). Sin embargo, si estas habilidades no se les potencian y/o fortalecen pueden ocasionar desinterés y escaso progreso en el talento y/o habilidades que poseen, en este caso del área del conocimiento de las matemáticas (Valbuena et al., 2018). En ese sentido toma relevancia esta investigación, ya que el álgebra temprana es utilizada como propuesta nacional para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los primeros ciclos escolares (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017c; MEN, 2016), ya que permite la construcción de conceptos y razonamientos algebraicos por parte de los estudiantes mediante el uso de patrones (Kieran et al., 2016; Alsina, 2019), y específicamente como atención a estudiantes con talentos excepcionales, dada la imperiosa necesidad de atender sus potencialidades y que estudiantes bajo esta condición desarrollen habilidades matemáticas con

relación a las competencias matemáticas de resolución de problemas y la argumentación (Acosta & Alsina, 2017; Ayllón et al., 2016; Cervantes et al., 2019).

De esta manera, la pregunta de investigación planteada es ¿cómo las secuencias didácticas contribuyen en el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes con talento excepcional de educación básica primaria? El objetivo general de esta investigación es desarrollar el pensamiento algebraico en estudiantes con talento excepcional de educación básica primaria en el área del conocimiento de las matemáticas.

Ahora bien, la fundamentación teórica se enfocó en el desarrollo de dos competencias del pensamiento matemático mediante la implementación de secuencias didácticas en el álgebra temprana en estudiantes con talentos excepcionales. Según el Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2013), las secuencias didácticas les permiten a los profesores diseñar y aplicar actividades de diversas maneras, además, se fomenta el aprendizaje de los estudiantes en lo conceptual y/o procedimental (Montilla & Arrieta, 2015). Por lo anterior, la primera competencia a desarrollar es la de resolución de problemas, la cual es una tarea activa y fundamental en los currículos del área de las matemáticas, ya que conduce al estudiante a formular, interpretar y solucionar situaciones complejas relacionadas con el diario vivir y al desarrollo del pensamiento matemático (MEN, 2006; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). De esta forma, es fundamental que los profesores propongan y expongan estrategias que sean útiles para que los estudiantes resuelvan cualquier tipo de problemas (Li & Schöenfeld, 2019).

En el caso de los estudiantes con talentos excepcionales, su facilidad para dominar el lenguaje matemático los conduce a ser creativos para dar solución a problemas que exigen un grado alto de dificultad en la realización de cálculos matemáticos (Espinoza et al., 2016; Renzulli, 1978). Por ello, se han estudiado los niveles de algebrización que constan de identificar la actividad matemática que el estudiante realiza y así establecerlo en un nivel u otro (Godino et al., 2014); así se tienen:

facilidad para dominar el lenguaje matemático

Nivel 0, en este los estudiantes no relacionan conceptos y características propias del álgebra, dado que utilizan un lenguaje natural al operar con objetos en específicos.

Nivel 1, en este los estudiantes establecen una relación entre números y algunas propiedades reutilizables de sus operaciones manteniendo un lenguaje natural.

Nivel 2, en este los estudiantes adquieren conocimientos para utilizar variables en un lenguaje simbólico-literal, no obstante, no realizan operaciones con ellas, aparte, las ecuaciones que resuelven son de tipo $Ax \pm B = C$

Nivel 3, aquí los estudiantes utilizan elementos representados de la forma simbólica-literal, a su vez operan con estos y las ecuaciones que resuelven son del tipo $Ax \pm B = Cx \pm D$.

Sin embargo, al resolver problemas es necesario emplear conceptos, procedimientos y lenguaje (MEN, 2006). Por ello, se propone la argumentación como segunda competencia matemática, la cual se puede abordar en los primeros ciclos escolares mediante objetos tangibles que permitan la veracidad de las respuestas y conclusiones manifestadas por los estudiantes (MEN, 2006). Ahora bien, de acuerdo con Cervantes et al. (2019) y Li (2018), la implementación de tareas y el álgebra temprana centrada en el desarrollo de la argumentación puede lograr que los estudiantes potencien habilidades de razonamiento, justificación y comprensión de conceptos matemáticos (Li, 2018).

En concordancia con lo anterior, el modelo de Toulmin (Van-Eemeren et al., 2014) propone de manera explícita un esquema de argumentación que consta de seis elementos, que respaldan la obtención de una argumentación profunda en los estudiantes.

Estos elementos son:

- (i) datos (D), que apoya la idea central
- (ii) garantía (G), es el fundamento
- (iii) respaldo (R), presenta datos adicionales
- (iv) la conclusión (C), es la idea central que se quiere argumentar
- (v) el cualificador modal (CM), es aquel que da certidumbre a la conclusión
- (vi) la refutación (N), establece las contradicciones que pueden utilizarse para disminuir la validez de la conclusión.

Además, con base en los elementos de argumentación propuestos por Toulmin (Van-Eemeren et al., 2014), Romero et al. (2018) propusieron seis niveles de argumentación con el objetivo de identificar el nivel de argumentación en el que se podría ubicar un estudiante en una determinada actividad y/o solución de un problema matemático. En la Tabla 1 se presenta de manera detallada la descripción de estos niveles, clasificados así:

(Nivel 0) no argumenta (Nivel 1) bajo; (Nivel 2) básico; (Nivel 3) medio; (Nivel 4) alto; (Nivel 5) superior.

Niveles	Descripción
0	No evidencia ningún elemento, por lo que no tiene un proceso argumentativo.
1	Tiene un proceso argumentativo mínimo basado en las conclusiones y datos.
2	Tiene un proceso argumentativo intermedio basado en las conclusiones, los datos y la garantía.
3	Tiene un proceso argumentativo medio, basado en los datos, la garantía y el cualificador.
4	Tiene un proceso argumentativo alto, basado en los datos, la garantía, el cualificador, el fundamento de la garantía y las conclusiones.
5	Tiene un proceso argumentativo superior, es decir, con una argumentación fundamentada con todos los elementos.

Tabla 1.

Niveles de argumentación.

Fuente: Romero et al. (2018), pag.4

MÉTODO

Esta investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo con diseño metodológico de estudio de casos múltiples (Stake, 2010). Este diseño se caracteriza por contar con sus propios procedimientos, que están fundamentados en el análisis y descripción de eventos, situaciones, instituciones, personas, grupos sociales y otros fenómenos contemporáneos, en donde se tienen en cuenta fuentes de información como citas claves de los participantes, prosa compuesta de entrevistas, entre otras técnicas que ayudan a examinar los casos que presentan diferencias relevantes en los resultados obtenidos, teniendo en cuenta la naturaleza de la investigación, que en este caso está dirigida a estudiantes de quinto grado de educación básica primaria con talentos excepcionales de una institución educativa pública de la ciudad de Barranquilla, ubicada al norte de Colombia. La elección de la muestra se llevó a cabo de manera intencional y basada en los criterios de selección propuestos en Simons (2011), con respecto a que de un conjunto total de casos posibles se eligen los participantes a juicio del investigador, de manera que esta elección esté alineada con los intereses de la investigación; en ese orden, la elección se hizo a tres estudiantes que, aparte de ser considerados como estudiantes con capacidades excepcionales por la institución, contaban también con el consentimiento informado de sus padres para participar en esta investigación, así como disposición e interés.

Cabe destacar que la institución en cuestión sustenta que su población es considerada bajo la condición de talento excepcional, ya que realiza un examen diagnóstico como protocolo para la admisión de su población en la institución; en esta prueba se identifica y verifica que los estudiantes tengan las características de estudiantes con talentos excepcionales propuestas por el MEN (2017a) y MEN(2017b), con respecto a que este tipo de estudiantes son aquellos que presentan un potencial o desempeño superior a sus pares en múltiples áreas del desarrollo del conocimiento o en un campo disciplinar, cultural y social específico; en el caso de esta investigación se estudia a quienes presentan un desarrollo avanzado del pensamiento matemático.

Las fases empleadas en el proceso de investigación, fueron:

* Recolección de datos: los datos se recolectaron mediante observaciones participantes y no participantes realizadas al profesor y a los estudiantes con talentos excepcionales en la modalidad virtual-remota, debido a la contingencia ocasionada por el Covid-19. Además, mediante el diario de campo, cuya finalidad era analizar aspectos metodológicos que el profesor implementaba en la enseñanza, la participación e interacción de los estudiantes con talento excepcional con el profesor y las preguntas y respuestas que surgían durante el desarrollo de las clases; una entrevista al profesor, cuyo objetivo fue saber cómo desarrollaba sus clases teniendo en cuenta que tenía estudiantes con talento excepcional, por lo que el cuestionario constaba de ocho preguntas divididas de la siguiente manera: tres preguntas iniciales relacionadas con su formación académica, desarrollo y planificación de las clases impartidas a los estudiantes con

talentos excepcionales; dos interrogantes acerca del conocimiento e implementación del álgebra temprana en la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, dos preguntas con relación a su propuesta para el desarrollo del pensamiento matemático a sus estudiantes y una pregunta relacionada con las secuencias didácticas empleadas para la enseñanza de las matemáticas; una prueba diagnóstica a los tres participantes acerca de seis situaciones problemas, que se dividieron en relación con las competencias de resolución de problemas y argumentación, identificadas mediante los niveles de algebrización y argumentación que los estudiantes poseían. La prueba se dividió en tres secciones y cada una con dos situaciones problema: la primera sección se enfocó en los niveles 0 y 1 de algebrización y argumentación; la segunda en el nivel 2 de algebrización y los niveles 2 y 3 de argumentación, y la tercera en el nivel 3 de algebrización y los niveles 4 y 5 de argumentación con los que contaban los estudiantes.

* Implementación de las secuencias didácticas: en esta fase el investigador empleó cuatro secuencias didácticas en sesiones sincrónicas de una hora, diseñadas a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba diagnóstica con respecto a los niveles de algebrización y de argumentación en los que se ubicaron estos. Las secuencias didácticas contenían de cuatro a cinco problemas, los cuales eran situaciones problemas, problemas figurales y de ejercitación. De manera que, a medida que se implementaban las secuencias, cada problema tenía un nivel de complejidad más alto que el anterior con respecto a los niveles de algebrización y de argumentación.

* Organización y análisis de los datos: para la presentación de resultados de la investigación se utilizó la siguiente codificación: el profesor (P), el investigador (I) y los estudiantes con la letra E, seguido de un número. Así, para el caso del estudiante 1, por ejemplo, se usa E1. Los análisis de los resultados se detallan en cuanto al desarrollo de las competencias de resolución de problemas y argumentación en el álgebra temprana durante la implementación de las secuencias didácticas y teniendo en cuenta los resultados de la prueba diagnóstica. El análisis de los datos se hace teniendo en cuenta una adaptación de la técnica de análisis didáctico propuesta por (Rico, 2013),

que propone cinco análisis:

- a) (i) Análisis conceptual, el cual dispone de un apartado teórico que posibilita la comprensión, la deducción, el aprendizaje, la memoria y la decisión
- b) (ii) Análisis de contenido, que se enfoca en el saber específico al presentar todas las conclusiones que permite que el tema sea viable
- c) (iii) Análisis cognitivo, que consiste en conocer el para qué aprender el tema, en el cual se identifican las expectativas, las dificultades y la demanda cognitiva presentadas a los estudiantes
- d) (iv) Análisis de instrucción, el cual consiste en la ejecución de las actividades o secuencias, teniendo en cuenta las funciones, los recursos y la organización,

- e) (v) Análisis evaluativo, que tiene como objetivo valorar el aprendizaje e interpretar y analizar los resultados obtenidos.

RESULTADOS

Los resultados recolectados en la investigación mediante la entrevista al profesor, la prueba diagnóstica y las secuencias didácticas aplicadas a los estudiantes, se detallan en sus aspectos relevantes en esta sección del artículo.

En cuanto a la prueba diagnóstica realizada a los estudiantes, se analizó la siguiente situación problema: Pablo es un niño que ahorra dinero de la merienda que le dan sus papás; él ahorra todos los días para comprarse su videojuego favorito. Si Pablo tiene dos meses para ahorrar los \$200, que es el precio del videojuego, sus papás le dan \$10 pesos diarios y él se gasta \$7 diarios, ¿se toma los dos meses o más para ahorrar el dinero? ¿En cuánto tiempo obtiene el dinero?

Se encontró que las soluciones de los estudiantes fueron muy similares como se cita: E1: “Se toma un poco más de dos meses para ahorrar el dinero”; E2: “Aproximadamente en dos meses y una semana se puede ahorrar los \$200”; E3: “En dos meses y una semana, porque si un mes tiene 30 días y el ahorra 3 pesos cada día entonces en dos meses solo consigue \$180 pesos, en cambio, si ahorra dos meses y una semana tendrá \$201 pesos, le quedará un peso de sobra”. Se identifica que los estudiantes aplicaron operaciones básicas y utilizaron un lenguaje natural, por lo que se establecieron en un nivel 1 o incipiente, debido a que no presentan una simbología en sus respuestas (Godino et al., 2014).

Con respecto a la competencia argumentativa, no se evidenció ningún elemento argumentativo de Toulmin (Van-Eemeren et al., 2014), por esta razón, se ubicaron en un nivel 0 de argumentación (Cervantes et al., 2019). La carencia de la competencia de argumentación se debe a que no es desarrollada en las clases, pues las planeaciones del profesor están enfocadas en las competencias de resolución de problemas y modelación, lo cual se demuestra con la siguiente pregunta que se le hizo al profesor durante la entrevista, esta pertenece a la primera sección del cuestionario: ¿Cómo desarrolla su plan de clase teniendo en cuenta que tiene estudiantes con talentos excepcionales?

A lo que este respondió:

P: “Cuando son grupos homogéneos, el plan de clases se hace muy puntual para ellos. En el caso de los grupos heterogéneos lo hago teniendo en cuenta el potencial que tiene el grupo con los temas, siendo estos enfocados en la resolución de problemas y en la modelación”. Afirmación que explica por qué los estudiantes carecen de la competencia argumentativa y cuentan con un saber mínimo de razonamiento algebraico, debido a que el profesor no plantea actividades retadoras que permitan a los estudiantes presentar argumentos que validen las respuestas obtenidas (Sánchez, 2021).

En relación con los resultados de la prueba diagnóstica, se diseñaron secuencias didácticas que constaban de cuatro actividades, enfocadas

en el desarrollo de las competencias de resolución de problemas y argumentación por medio del álgebra temprana, mínimamente evidenciadas por los estudiantes en la prueba diagnóstica. Estas actividades estaban constituidas de cuatro a cinco ejercicios matemáticos, situaciones problemas y problemas figurales. Las dos primeras actividades se centraron en el desarrollo de los niveles 1 y 2 de algebrización y argumentación, de manera que pudieran utilizar variables o incógnitas al obtener un lenguaje simbólico; análogamente, con el primer y segundo nivel de argumentación, al emplear tres elementos del modelo de Toulmin: datos, garantía y conclusión. Las dos actividades restantes estuvieron encaminadas en los niveles 2 y 3 de algebrización, para que los estudiantes al utilizar y manipular incógnitas desarrollaran un lenguaje simbólico-literario, y los niveles 2 y 3 de argumentación sustentado en datos, garantías, calificador y conclusiones (Toulmin, 2003). A continuación, se citan dos actividades que reflejan el progreso en los niveles de algebrización y argumentación en los estudiantes con talentos excepcionales.

La actividad 1 estuvo enfocada en el desarrollo del nivel 2 de algebrización. La situación buscaba aumentar el nivel de abstracción de los estudiantes mediante la generalización de patrones identificados como figura 1, figura 2, etc., como fomento al desarrollo de niveles de argumentación y de algebrización en la competencia de resolución de problemas como se muestra en la Imagen 1:

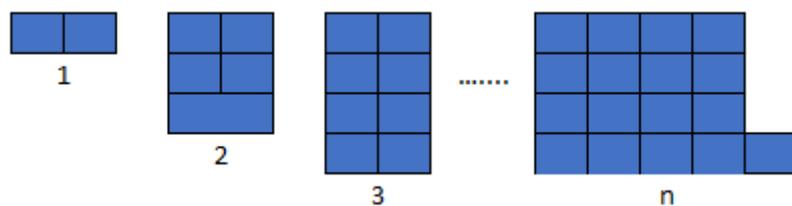


Imagen 1.

Actividad 1 de secuencias

Fuente: elaboración propia (2020).

En esta actividad se formularon preguntas como:

¿Cuántos cuadraditos tendría la Imagen 1? ¿Cómo lo realizaste? ¿Por qué lo realizaste así? Para desarrollar la competencia de resolución de problemas, estas preguntas se ubican en un nivel 2 de algebrización, puesto que los estudiantes establecen una ecuación del tipo $Ax \pm B = C$ para dar respuesta a las preguntas planteadas por el investigador, aparte de potenciar la competencia argumentativa al utilizar datos y conclusiones (nivel 1) o datos, conclusiones y garantías (nivel 2). Como la respuesta que fue dada por E1 y que se cita a continuación en la Imagen 2:

Imagen 2.

Respuesta E1

Fuente: archivo particular de la investigación (2020)

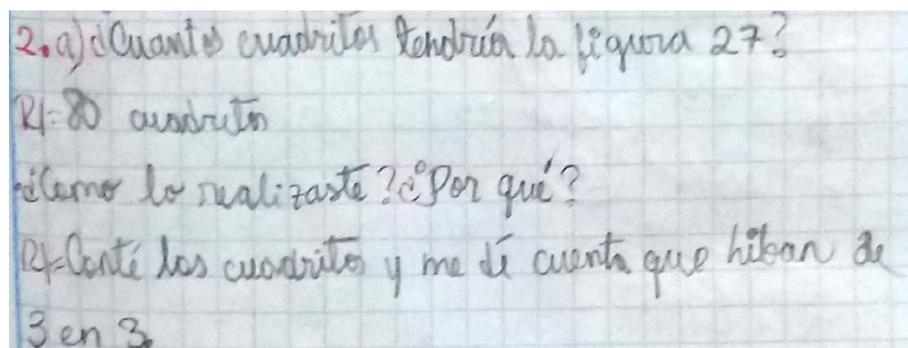


Imagen 2.

Respuesta E1

Fuente: archivo particular de la investigación (2020)

Ahora bien, la respuesta del estudiante (Imagen 2), muestra que su nivel de algebrización en comparación a la prueba diagnóstica es similar, debido a que razona con un lenguaje natural, sin establecer una simbología en las figuras presentadas (Godino et al., 2014). En cuanto al nivel de argumentación se evidencia evolución en el E1, ya que identifica un dato (D), una garantía (G) y una conclusión (C), que hacen que su nivel de argumentación se encuentre ubicado en el nivel 2, con un nivel de argumentación básico (Toulmin, 2003), que, comparado con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, muestra avances significativos en los niveles de argumentación del estudiante. Sin embargo, cabe resaltar que E1 no evidencia elementos del modelo de Toulmin (Van-Eemeren et al., 2014), que hagan más certera la conclusión que establece en el problema propuesto (Imagen 2), con respecto a que el valor que toma n sería 80, porque aumenta de 3 en 3 los cuadrados de la figura, solamente por el conteo que este efectúa, por lo que es evidente que E1 no utiliza expresiones matemáticas que confirmen y hagan más válida su respuesta al problema de las secuencias.

Por su parte, E2 mantiene el lenguaje natural al realizar operaciones (nivel 1 de algebrización), en relación con los incrementos numéricos en la secuencia y el no uso de simbologías matemáticas (Godino et al., 2014). En la competencia argumentativa E2 avanzó al nivel 2 en comparación con los resultados de la prueba diagnóstica, lo que se evidencia en el diálogo que sostiene con el Investigador (I) y que se cita a continuación:

I: ¿Cuántos cuadraditos tendría la figura 27?

E2: “80”

I: ¿Cómo lo realizaste?

E2: “me di cuenta que cada vez subía 3 cuadritos, entonces como ya había 3 cuadritos entonces reste $27-3=24$, luego multiplique $24 \times 3=72$, luego le sumé 8 y me dio 80”

I: ¿Por qué lo realizaste así?

E2: “Porque para mí es la manera más fácil de hacerlo”.

Se observa que E2 adquiere un proceso argumentativo intermedio (nivel 2) (Romero et al., 2018), ya que evidencia la identificación del dato (D) y una garantía (G); al preguntarle ¿cómo hizo para llegar a la respuesta a la secuencia?, da una conclusión (c) de que la respuesta es

80, sin embargo, evidencia ausencia de cualificador modal (CM), debido a que no muestra la certeza de que el resultado de n al realizar el proceso aritmético sea 80, y solo asume que ese es el resultado porque cada figura aumenta en 3 cuadritos.

Así mismo, E3 realizó un proceso de solución análogo al propuesto por E2, sin embargo, su interpretación fue distinta, ya que afirmó que la multiplicación le permitía encontrar el valor de forma rápida y veraz (C), sumado a esto, resolvió operaciones adicionales que le posibilitaron encontrar la respuesta al problema planteado (G), pero no avanzó a un nivel de algebrización mayor, dado que utilizó la aritmética para resolver el problema y no nociones del álgebra. Con respecto a los niveles de argumentación, E3 sí mostró mejoría en comparación con los resultados previamente alcanzados en la prueba diagnóstica, como se cita:

E3: “la respuesta es 80 cuadritos. Lo primero que hago es multiplicar 27 por la cantidad que estoy sumando (3), me da un total de 81 ($27 \times 3 = 81$), Ahora lo que hago es restarle 1, ya que la primera figura comienza con 2 y no con 3. Con este procedimiento podemos obtener el número total de cuadritos sin ningún problema”.

Lo anterior es indicio de que E2 evidencia veracidad (cualificador modal) para la conclusión que establece, por lo que se encuentra en un nivel 3 de argumentación con cuatro elementos de Toulmin, un dato (D), una garantía (G), el cualificador modal (CM), ya que sustenta que la respuesta es 80 a partir de la idea implícita que este tiene de sucesión de un número, y una conclusión (C). De esta manera, el estudiante se encuentra en un nivel de argumentación medio, lo que, en contraste con la prueba diagnóstica, es muestra de que el nivel de argumentación de E2 se ha potenciado (Romero et al., 2018).

Por otra parte, a partir de las respuestas entregadas por los participantes, se les formuló preguntas complementarias con el objetivo de que construyeran una ecuación que les permitiera encontrar el número de las figuras y así fomentar al desarrollo de la competencia de resolución de problemas en referencia con los niveles de algebrización (Godino et al., 2014). Mediante estas preguntas se esperaba que E1 y E2 logaran un nivel 3 de argumentación, mientras que E3 fortaleciera las competencias de resolución de problemas y argumentación e incluyera el respaldo (R) dentro de sus argumentos. Se encontró que E1 permanece en el nivel 1 de algebrización ya ante las preguntas que realiza el investigador: ¿Cuál es el número que corresponde a la figura n siguiendo la secuencia de las tres primeras figuras? ¿Qué operación realizaste y por qué?, este respondió lo que se cita a continuación:

E1: “No. 6. Iba aumentando hasta que llegué al número de esa cantidad de cuadritos”, lo que es indicio de que, aunque en el problema se le dan las variables al estudiante como dato, este no relaciona ninguna ecuación para poder encontrar el valor desconocido (incógnita) (Godino et al., 2014); con respecto a la competencia argumentativa, al E1 conservar un lenguaje natural no adquiere una conclusión fundamentada, al menos con una garantía, lo que hace que se mantenga en el nivel 2 establecido en las preguntas iniciales de la actividad propuesta (Romero et al., 2018).

Por su parte, E2 respondió las preguntas de forma parecida a E1. En cuanto a la resolución de problemas se observó que no relaciona ninguna ecuación con las incógnitas planteadas, es decir, no hace uso de razonamientos algebraicos, sino más el algoritmo de sumar tres veces los cuadritos para encontrar n número de figuras solicitadas, lo que es evidencia de que continúa en el nivel 1 de algebrización (Godino et al., 2014). Sin embargo, el argumento que presentó para la solución de los interrogantes fue muy inconsistente, ya que manifestó que su procedimiento para dar solución al problema es la única forma en que sabe cómo resolver el mismo, como se cita a continuación: E2: “La figura número 6, en esta solo sumé 3 consecutivamente hasta que me dio 17 en la figura 6, y lo hice porque es la única manera que yo sé hacerlo”, lo que conforme con el modelo de Toulmin (2003) hace referencia a que E2 afianza un nivel de argumentación básico, debido a que no presenta un mínimo avance para un medio de argumentación (nivel 3), en donde sus conclusiones continúan con la misma estructura (Romero et al., 2018).

Ahora bien, la explicación de E3 no dista de la de sus compañeros, por lo que este permanece en el nivel incipiente de algebrización (Godino et al., 2014). Aparte, su nivel de argumentación disminuyó, debido a que no evidencia un cualificador modal que permita que su argumento sea veraz, como se observa en la respuesta dada por E3 y que se cita a continuación:

E3: “En la figura 6, según el orden que tienen las figuras cada vez se le suma 3, entonces cada vez le voy sumando 3. En la figura 6 me dio 17, que es el total de cuadritos que tiene la figura n ”, lo que en contraste con el modelo de Toulmin (2003) refleja que E3 no cuenta con veracidad para su conclusión, al no argumentar de manera robusta e incluyendo algoritmos matemáticos el proceso que aplica para dar respuesta a las preguntas planteadas por el investigador. Pese a esto, E3 mantiene un básico avance en su nivel de argumentación si se compara con los resultados obtenidos por este en la prueba diagnóstica (Romero et al., 2018).

Para concluir esta actividad, se les preguntó a los estudiantes si podían encontrar una fórmula que permitiera generalizar el cálculo de n figuras en la secuencia, como una motivación para que realizaran razonamientos de tipo algebraico, no evidentes en las preguntas antes planteadas, aparte de que pudieran lograr el nivel 2 de algebrización y desarrollo de la competencia de resolución de problemas. Un ejemplo de esto es el diálogo que mantiene el investigador y el estudiante 1:

I: Enuncia una regla general para hallar n figura ¿Cómo identificaste esta regla?

E1: Multipliqué por 3 y resté 1, luego de sumar de 3 en 3 me di cuenta.

En este caso, se muestra que E1 razonó que es más viable multiplicar por 3 y restar 1, y no solo sumar de 3 en 3 para calcular el valor de n , lo que es indicio de que se encuentra en un nivel 2 de algebrización, debido a que identifica la intervención de una incógnita en la solución de la situación (Godino et al., 2014). Así mismo, se encontró que E1 no presenta un cualificador modal en su argumentación, debido a que no sustenta su argumento mediante una expresión matemática que represente la forma en la que calcularía el valor de n en la figura, lo que evidencia que E1

decreció en su nivel de argumentación de 2 a 1 al solo ser evidente los datos y la conclusión como elementos de la argumentación (Romero et al., 2018).

Por otro lado, se encontró que la concepción que tiene E2 es muy diferente a la expuesta por E1, ya que al contar con una incógnita en la situación analizó que las magnitudes son directamente proporcionales, es decir, que entre más cuadritos haya, el número total de la figura será mayor, lo que lo establece en un nivel 2 de algebrización, debido a que en la regla de tres simple intervienen datos conocidos y una incógnita, lo que le permite a E2 tener un lenguaje simbólico-literal (Godino et al., 2014), lo que conduce a que este ha avanzado en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en el álgebra temprana, como se observa en el diálogo que mantiene con el investigador y que se cita a continuación:

I: Enuncia una regla general para hallar n figura, ¿cómo identificaste esta regla?

E2: “Regla de tres simple. Me di cuenta que era una magnitud directamente proporcional, porque cuando sube un dato el otro también”, lo que es evidencia de que E2 avanzó al nivel 3 de argumentación, dado que presenta un argumento basado en datos, garantía, cualificador modal y conclusión, que le permite tener un proceso argumentativo medio, a diferencia de las preguntas anteriores como se observa en la Imagen 3, que representa el análisis del nivel de argumentación de E2 basado en el modelo de Toulmin (2003).

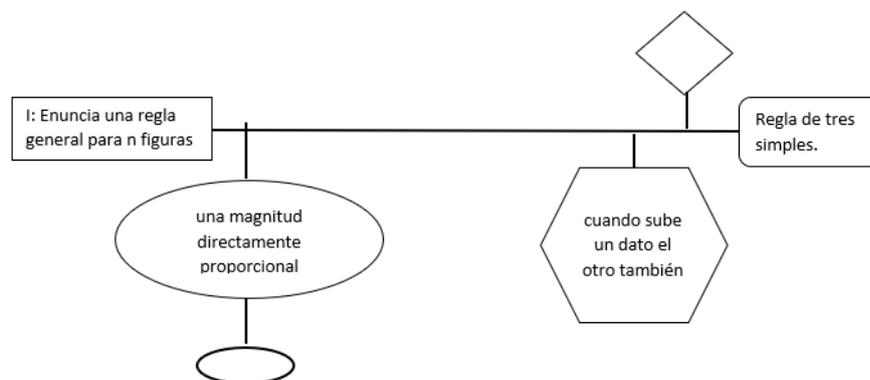


Imagen 3.

Implementación modelo Toulmin al E2 en la actividad 1

Fuente: elaboración propia (2020).

Por su parte, E3 se establece en un nivel 2 de algebrización, debido a que plantea una ecuación distinta a la propuesta por E2, de hecho, aún más elaborada y sustentada que la presentada por E1, puesto que generaliza y adquiere un lenguaje simbólico-literal (Godino et al., 2014), además de exponer una ecuación de tipo $Ax \pm B = C$, como se cita a continuación:

E3: “ $n = (\# + 1) \div 3$.. Despejando la primera fórmula que era $(n \times 3) - 1 = \#$ $(n \times 3) - 1 = \#$ número de cuadrados $n =$ número de figura”

Teniendo en cuenta que el modelo de Toulmin (2003) corresponde a que E3 se encuentra en un nivel 3 de argumentación, es decir, se sustenta en el dato (D), la garantía (G), el cualificador (CM) y la conclusión (C),

por lo que se reincorpora con un proceso argumentativo medio (Romero et al., 2018), y es evidencia de su avance en contraste con los resultados obtenidos por E3 en la prueba diagnóstica.

Además, es interesante que los estudiantes en las primeras preguntas planteadas no presentaron avances significativos en los niveles de algebrización y se identificó que interpretaron y realizaron de forma similar los ejercicios, lo que ocasionó que no lograran avanzar al nivel 2, debido al lenguaje natural que utilizaron. Sin embargo, en la última pregunta, a pesar de que presentaron respuestas muy distintas, se percibió un progreso de los estudiantes en la competencia de resolución de problemas. Evidencia de esto es que se posicionaron en el nivel 2 de algebrización, al emplear variables en las situaciones planteadas, pero no operar directamente con las mismas. Aparte, se destaca que E2 y E3 presentaron manejo de un lenguaje simbólico-literario, mientras que E1 empleó un lenguaje natural al enunciar la regla general (Godino et al., 2014).

En cuanto a los niveles de argumentación, los estudiantes se establecieron en un nivel 2 basándose en datos, garantía y conclusiones, de acuerdo con el modelo de Toulmin (Van-Eemeren et al., 2014), lo que, en comparación con la prueba diagnóstica, es índice de que los tres estudiantes tuvieron un avance de un nivel 0 a un nivel 2 en el caso del E1, y a nivel 3 en los casos de E2 y E3.

Por otra parte, se consideró un ejercicio que permitiera potenciar el nivel 2 de algebrización y de argumentación en el álgebra temprana en los estudiantes con talentos excepcionales. Esta actividad estaba conformada por cuatro ejercicios, cuya característica principal consistía en encontrar el valor de una incógnita. El problema planteado fue el siguiente:

Problema: “Hallar el valor de x del punto anterior para que se cumpla la igualdad. Argumenta cada una de las respuestas y escribe una conclusión.”
 $3x+27=5x-2$

En esta pregunta, E1 respondió lo siguiente:

$$3x + 27 = 5x - 2 = 5x - 3x = 27 + 2 = 2x = 29 = x = \frac{29}{2}$$

Se muestra que la resolución de problema que manejó el estudiante es de la forma $Ax + B = C$, por lo que se establece en un nivel 2 de algebrización, ya que operó los términos semejantes que la ecuación le presentó para hallar el valor desconocido (Godino et al., 2014). Con respecto a la conclusión del estudiante en el ejercicio fue la siguiente:

Conclusión E1: “Para hallar el valor de x hay que pasar a un lado los números que tienen a x y, del otro lado, los que no la tienen; si es positivo del otro lado, sería negativo para que la igualdad no se pierda y así poder despejar x y lograr encontrar el valor”

Ante esto, se observa que E1 adquiere un proceso argumentativo básico al adquirir un dato (D), una garantía (G) y una conclusión (C), pero carece de cualificador modal al no sustentar su conclusión en propiedades matemáticas como el inverso aditivo y multiplicativo fundamentales en la solución de un ecuación lineal y que le dan certidumbre a su

argumento, sin embargo, cabe destacar que si se compara su argumento con el mostrado en la actividad anterior, evidencia que E1 se ha logrado establecer con un nivel 2 de argumentación (Romero et al., 2018).

En el caso de E2, se encontró que en cuanto a la competencia de resolución de problemas y los niveles de algebrización, su interpretación a la situación es similar a la del E1, como se muestra a continuación:

$$5x - 2 = 3x + 27 = 2x = 29 = x = \frac{29}{2} = 14.5;$$

La interpretación que E2 hace de la situación consiste en la necesidad de agrupar los términos semejantes para hallar el valor de x . Por lo tanto, la competencia de resolución de problemas es de razonamiento algebraico y permite que al tener una ecuación de tipo no es necesario operar con la incógnita. Así, E2 se establece en un nivel 2 de algebrización (Godino et al., 2014). En cuanto a la conclusión que E2 establece de la situación es la siguiente: “Para hallar el valor de x , los números positivos pasan al otro lado a negativo y viceversa. Luego se efectúan las operaciones y se realiza la división”, lo que es evidencia de que E2 se encuentra también en un nivel de argumentación 2 (Toulmin, 2003), sin presencia de CM que le dé mayor validez a la conclusión que plantea, la cual es una manera informal de expresar el procedimiento para solucionar una ecuación de primer grado con una incógnita en matemáticas.

Por último, E3 interpreta de manera similar el ejercicio para hallar el valor desconocido en la ecuación, no obstante, agrega la comprobación de que el resultado obtenido sí cumple la igualdad a diferencia de E1 y E2, que solamente despejaron el valor de x sin comprobar el resultado. A continuación, se cita lo respondido por E3: “Para hallar el número x debemos agrupar términos semejantes.

$$3x+27=5x-2; 27+ 2 = 5x - 3x; 29/2 = x$$

Verifiquemos si x equivale $29/2$.

$3(\frac{29}{2}) + 27 = 5(\frac{29}{2}) - 270$, $5 = 70$, 5 ambas dan el mismo resultado y ahora cumplen con la igualdad.”

De lo anterior, se encuentra que el estudiante interpreta del mismo modo el ejercicio que E1 y E2, debido a esto, se evidencia el desarrollo de la competencia de resolución de problemas, pues se establece en un nivel 2 de algebrización al emplear un lenguaje simbólico-literal, además de operar con una ecuación tipo $Ax + B = C$ (Godino et al., 2014). En cuanto a la conclusión del estudiante expresó lo siguiente:

E3: “para hallar el número x en este tipo de problemas debemos agrupar los términos semejantes, primero los invertimos: si son negativos se cambian a positivos, y si son positivos se cambian a negativos y luego realizamos la operación, luego el resultado lo dividimos y lo que nos dé es el número x ”, lo cual es índice de que se encuentra en el nivel 2 de argumentación según el modelo de Toulmin (Van-Eemeren et al., 2014), porque a pesar de que en su conclusión manifiesta que es necesario verificar el resultado por medio del reemplazo del resultado obtenido en la incógnita y de esa manera verificar la igualdad, su argumento carece de cualificador modal que lo haga más veraz.

En los hallazgos se evidencia que a partir de los resultados de la prueba diagnóstica y las actividades implementadas en la secuencia didáctica, los estudiantes con talentos excepcionales avanzaron en el desarrollo de las competencias de resolución de problemas en relación con los niveles de algebrización y la competencia de argumentación referente a los niveles de argumentación, debido a que en la prueba se evidenció un nivel 1 de algebrización y nivel 0 de argumentación con lenguaje natural y razonamiento algebraico básico basado en la relación de los números con las operaciones, donde no se encontraba ninguna conclusión formal que permitiera identificar los elementos del modelo de Toulmin (2003). No obstante, los estudiantes a pesar de que al iniciar las actividades mostraron el uso del razonamiento aritmético para solucionar las situaciones planteadas, en el transcurso de las mismas se establecieron en un nivel 2 de algebrización, adquiriendo un lenguaje simbólico-literal al emplear una ecuación de la forma X para encontrar las incógnitas y a un nivel 2 de argumentación en donde adquirieron un proceso argumentativo básico al reflejar elementos como datos, garantías y conclusiones, haciendo sus justificaciones más claras y formales para la comprensión del procedimiento realizado (Godino et al., 2014; Godino et al., 2015; Romero et al., 2018).

Análisis didáctico de las secuencias

Los resultados del análisis didáctico (Rico, 2013) son presentados en la imagen 4, constan de un ciclo basado en cinco principios:

- (i) análisis de contenido, que consta del conocimiento general de las secuencias didácticas en matemáticas
- (ii) análisis conceptual, centrado en la particularidad del tema, para el caso álgebra temprana
- (iii) análisis cognitivo, describe los objetivos de aprendizajes en el álgebra temprana en estudiantes con talentos excepcionales
- (iv) análisis de instrucción, se considera el análisis anterior en el cual se diseñan las actividades y el cronograma para su aplicación}
- (v) análisis evaluativo, en donde se estudia el progreso de los estudiantes excepcionales al emplear las actividades.



Imagen 4.

Análisis didáctico de las secuencias didácticas en el álgebra temprana

Fuente: elaboración propia (2020).

De acuerdo con lo anterior, el análisis didáctico de las secuencias didácticas se caracterizó de la siguiente manera:

(i) análisis conceptual, el apartado teórico fue el álgebra temprana, que permitió identificar el dominio que los talentos excepcionales tenían de las propiedades de las operaciones y los números

(ii) análisis de contenido, el enfoque radicó en desarrollar el álgebra temprana en relación con las competencias matemáticas de resolución de problemas y argumentación, al implementar los niveles de algebrización planteados por Godino, et al. (2014) y los niveles de argumentación propuestos por Romero, et al. (2018), con base en los elementos de Toulmin (2003)

(iii) análisis cognitivo, el objetivo es desarrollar las competencias de resolución de problemas y argumentación en el álgebra temprana, para que los estudiantes razonen algebraicamente

(iv) análisis de instrucción, las actividades diseñadas estaban enfocadas para potenciar a los talentos excepcionales al menos a un nivel 2 de algebrización y a un nivel 3 de argumentación; las dos actividades lograron potenciar las competencias de resolución de problemas y de argumentación

(v) análisis evaluativo, los resultados obtenidos fueron significativos en cuanto a los niveles de algebrización y argumentación, debido a que en la prueba diagnóstica se evidenció un nivel 1 de algebrización y un nivel 0 de argumentación, y al ejecutar las secuencias didácticas los estudiantes se establecieron en un nivel 2 de algebrización y de argumentación; por lo

tanto, las secuencias didácticas lograron desarrollar las competencias de resolución de problemas y de argumentación en el álgebra temprana.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

La enseñanza de conceptos previos al álgebra en la Educación Básica Primaria posibilita que los estudiantes se inicien en el desarrollo de pensamiento algebraico, que, en relación con las competencias del pensamiento matemático, en este caso la resolución y la argumentación, logra que los estudiantes representen, comprendan y razonen los conceptos matemáticos. De acuerdo con los resultados obtenidos en esta investigación, en la actividad 1 los estudiantes presentan dificultades en resolver ejercicios que impliquen dos incógnitas cuando no tienen claro los procedimientos que realizan, por lo que el proceso que utilizan para la resolución es de tipo mecánico.

No obstante, a pesar que Li y Schönfeld (2019) plantean que los profesores deben brindar estrategias que permitan a los estudiantes la habilidad de poder resolver diversos problemas, en esta investigación se encontró que el proceso que utiliza el profesor que está a cargo de los estudiantes con talentos excepcionales de quinto grado para resolver problemas es: identificar los datos, ¿qué operación debes realizar?, y luego realiza la operación correspondiente, lo cual muestra discrepancias con lo manifestado por Li y Schönfeld (2019), y causante de que los estudiantes no sigan una estructura definida cuando van a solucionar un problema matemático en donde intervienen variables e incógnitas (introducción al álgebra). Con relación a esto, Castañeda et al., (2019) en sus resultados de investigación expresaron que los estudiantes se acostumbraron tanto a las concepciones aritméticas que no logran construir habilidades que les permita explorar el razonamiento algebraico.

En concordancia con lo anterior, los estudiantes con talentos excepcionales al realizar las actividades presentaron dificultades en identificar, analizar y comprender los diferentes ejercicios presentados, dado su poca exploración de nociones algebraicas en sus años de educación básica primaria. No obstante, al orientarlos por medio de preguntas, los estudiantes lograron comprender rápidamente las diversas posibilidades de resolver con operaciones básicas y conceptos enseñados anteriormente, y también dado el desarrollo de su pensamiento matemático que los hace diferenciar de sus pares (Valbuena et al., 2018).

En ese orden de ideas, al construir el conocimiento de conceptos algebraicos básicos, los estudiantes lograron comprender de diferentes formas el cómo resolver los ejercicios, lo que concuerda con lo expuesto por Alsina (2019), con respecto a que los estudiantes a temprana edad pueden construir conceptos y razonamiento algebraicos, ya sea por medio de patrones o ecuaciones presentadas en clases, además de potenciar las capacidades que como estudiantes con talentos excepcionales poseen, mediante el desarrollo de competencias como la argumentación lógico-analítica, las operaciones, la resolución de problemas, entre otras.

Con relación a la argumentación, los estudiantes excepcionales adquirieron un nivel 2 o básico de argumentación, basado en los datos, la conclusión y la garantía, permitiendo fortalecer sus capacidades para razonar, justificar y comprender los conceptos matemáticos (Romero et al., 2018; Cervantes et al., 2019), lo que requiere que el profesor sea facilitador para el desarrollo de esta competencia, a partir de la creación de entornos que permitan al estudiante reflexionar y participar para así contribuir a su propio aprendizaje (Valbuena et al., 2020).

Cabe anotar que, en el contexto de este trabajo, se evidencia la falta de actividades, estrategias y/o recursos utilizados por el profesor en ejercicio, que permitan a estudiantes con talentos excepcionales potenciar sus habilidades, puesto que la enseñanza es homogénea, impartida a un grupo de estudiantes heterogéneos, donde se destacan algunos por encima de los otros en cuanto al desarrollo del pensamiento matemático. Por esta razón, es necesario que los profesores a cargo de estudiantes en esta condición sean creativos, motivadores y generen espacios de aprendizaje que les permita a los estudiantes retarse a la solución de nuevos ejercicios, problemas y actividades que contribuyan al desarrollo de sus competencias matemáticas (Valbuena et al., 2018; López et al., 2021; Valbuena et al., 2021). Además, precisar un currículo que satisfaga las necesidades y la atención que requiere la especificidad del estudiante en cuestión (Acosta & Alsina, 2017).

A partir de los resultados obtenidos y a lo expuesto por las teorías estudiadas en esta investigación, se concluye que es relevante que los estudiantes con talento excepcional en matemáticas puedan recibir una enseñanza que brinde oportunidades que fortalezcan las habilidades que poseen desde temprana edad. Por lo que es una necesidad implementar secuencias didácticas para el desarrollo del razonamiento algebraico; para diseñar las secuencias es necesario:

(i) realizar una planificación y organización de las actividades, en la investigación se ordenó por los niveles de algebraización y argumentación para identificar el progreso de las competencias matemáticas

(ii) identificar las dificultades que se pueden presentar en el desarrollo de las secuencias, en este caso se presentaron en los patrones y ecuaciones con una incógnita.

(iii) analizar si el objetivo de las secuencias fue el esperado, en las actividades al iniciar solo se evidenció un progreso en la competencia argumentativa, no obstante, al finalizar las secuencias didácticas se logró un avance significativo en las competencias de resolución de problemas y de argumentación al establecerse en nivel 2 de algebraización y de argumentación.

En ese sentido, la argumentación y la resolución de problemas son competencias complementarias entre sí para desarrollar el pensamiento matemático, ya que los estudiantes a temprana edad son más accesibles a un aprendizaje en el que la resolución de problemas debe alejarse de procedimientos y operaciones mecánicas y, muy por el contrario, acercarse cada vez más a la interpretación y comprensión que el estudiante pueda dar y obtener para resolver un problema (Castañeda et al., 2019).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta, C., & Alsina, Á. (2017). Conocimientos del profesorado sobre las altas capacidades y el talento matemático desde una perspectiva inclusiva. *Revista Números*, 94, 71–92. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/94/Articulos_04.pdf
- Aké, L., Godino, J., & Castro, W. (2015). Distinción del pensamiento algebraico del aritmético en actividades matemáticas escolares. *Actas de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 1–9. https://www.researchgate.net/publication/280320506_Distincion_d_el_pensamiento_algebraico_del_aritmetico_en_actividades_matematicas_escolares
- Alsina, Á. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en educación Infantil. *Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 1–19. <https://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/70>
- Ayllón, M., Gómez, I., & Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones*, 4(1), 169–218. <https://doi.org/10.20511/pyr2016>.
- Carraher, D., & Schliemann, A. (2019). Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades k to 5/ El pensamiento algebraico temprano y los estándares matemáticos en la educación primaria (6–12 años) en Estados Unidos. *Infancia y Aprendizaje*, 42(3), 479–522. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570>
- Carraher, D., Schliemann, A., Brizuela, B., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87–115. <https://doi.org/10.2307/30034843>
- Castañeda, S., Castañeda, C., & Torres, L. (2019, mayo). Una aproximación al álgebra escolar desde la resolución de problemas aritméticos a través del concepto de ecuación. *Acta de Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, 1–8. <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xv/ciaem/xv/paper/viewFile/856/134>
- Cervantes, J., Valbuena, S., & Paternina, Y. (2019). Argumentos de estudiantes de primaria en el contexto del álgebra temprana. *Educación y Humanismo*, 21(37), 120–138. <https://doi.org/10.17081/eduhum.21.37.3459>
- Espinoza, J., Lupiáñez, J., & Segovia, I. (2016). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(2), 368–392. <https://doi.org/10.14204/ejrep.39.15067>
- Godino, J., Aké, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199–219. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965>
- Hulse, T., Daigle, M., Manzo, D., Braith, L., Harrison, A., & Ottmar, E. (2019). From here to there! Elementary: A game-based approach to developing number sense and early algebraic understanding. *Education Tech Research Dev*, 67, 423–441. <https://doi.org/10.1007/s11423-019-09653-8>

- Instituto Colombiano Para la Evaluación de la Educación Superior. [Icfes]. (2018). Resultados nacionales 3o, 5o y 9o, 2012–2017. <https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1323329/Informe%20nacional%20saber%20569%202012%202017.pdf>
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. (2016). Early algebra research into its nature, its learning, its teaching [Libro electrónico]. Springer Open. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2>
- Li, Y., & Schöenfeld, A. (2019). Problematizing teaching and learning mathematics as “Given” in STEM education. *International Journal of STEM Education*, 6(44), 1–13. <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0197-9>
- Lin, P. (2018). Desenvolvimento da argumentação matemática por estudantes de uma turma do ensino Fundamental. *Educação & Realidade*, 43(3), 1171–1192. <https://doi.org/10.1590/2175-623676887>
- López, R., Tobón, S., Veytia, M., & Juárez, G. (2021). La mediación didáctica socioformativa en el aula que favorece la inclusión educativa. *Revista Fuentes*, 23(1), 1–12. <https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2021.v23.i1.11203>
- Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2006). Estándares básicos de Competencias. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2013, agosto). Secuencias didácticas en matemáticas para educación básica primaria. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_primaria.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2017a). Orientaciones para la transición educativa de los estudiantes con discapacidad y con capacidades o talentos excepcionales en la educación inicial, básica y media. https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-360294_foto_portada.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2017b). Orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con capacidades y/o talentos excepcionales en el marco de la educación inclusiva. https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-360293_foto_portada.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2017c). Mallas de Aprendizaje Matemáticas Grado 5°. <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-5.pdf>
- Montilla, L., & Arrieta, X. (2015). Secuencia didáctica para el aprendizaje significativo del análisis volumétrico. *Revista OMNIA*, 21(1), 66–79. <https://www.redalyc.org/pdf/737/73742121006.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. [NCTM]. (2000). Principles and standards of school mathematics. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf
- Padilla-Escorcía, I., & Mayoral, V. (2020). Las tutorías académicas en el fortalecimiento del álgebra en estudiantes de octavo grado en una escuela distrital de Barranquilla. *Zona próxima*, 33, 33–54. <https://doi.org/10.14482/zp.32.371.4>

- Renzulli, J. (1978). Teoría de los tres anillos. Instituto de investigación para la educación de alumnos superdotados de la universidad de Connecticut de Estados Unidos.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 11–27. <https://funes.uniandes.edu.co/15988/1/Rico2013El.pdf>
- Romero, J., Bonilla, G., & Álvarez, O. (2018). Las representaciones múltiples como estrategia didáctica para el fortalecimiento de la competencia argumentativa en básica secundaria. *Revista Tecné, Episteme, Didaxis, Extraordin*, 1–10. <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/8929>
- Sánchez, M. (2021). Desarrollo de habilidades argumentativas en estudiantes de cuarto básico: Un estudio de caso. *Revista Realidad Educativa*, 1(1), 124–148. <https://doi.org/10.38123/rre.v1i1.59>
- Simons, H. (2011). Estudio de caso: Teoría y práctica. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Solar, H. (2018). Implementación de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, 74, 155–176. <https://doi.org/10.17227/rce.num74-6902>
- Stake, R. (2010). *Qualitative Research*. Nueva York: The Guilford Press.
- Toalongo, X., Alsina, Á., Trelles, C., & Acosta, Y. (2021). Conocimiento del profesorado sobre la evaluación competencial del alumnado con talento matemático. *Revista Electrónica Educare*, 25(1), 1–23. <https://doi.org/10.15359/ree.25-1.5>
- Valbuena, S., Muñiz, L., & Berrío, J. (2020). El rol del docente en la argumentación matemática de estudiantes para la resolución de problemas. *Espacios*, 41(9), 15–22. <https://www.revistaespacios.com/a20v41n09/20410915.html>
- Valbuena, S., Padilla-Escorcía, I., & Rodríguez, E. (2018). El juego la inteligencia lógico-matemática en estudiantes con capacidades excepcionales. *Educación y Humanismo*, 20(35), 166–183. <https://doi.org/10.17081/eduhum.20.35.2964>
- Valbuena, S., Padilla-Escorcía, I., & Rodríguez, E. (2021). Reconocer la inteligencia lógico-matemática de estudiantes con capacidades excepcionales. *Revista Tecné, Episteme, Didaxis*, 49, 53–72. <https://doi.org/10.17227/ted.num49-8152>
- Van-Eemeren, F., Garssen, B., Krabbe, E., Snoeck, A., Verheij, B., & Wagemans, J. (2014). Toulmin's model of Argumentation. In: *Handbook of argumentation theory* [Libro electrónico]. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9473-5_4