



ADICIÓN ENTRE FRACCIONES COMO PARTE DE UN TODO UTILIZANDO EL  
JUEGO CON REGLETAS A<sup>3</sup>

# ADICIÓN ENTRE FRACCIONES COMO PARTE DE UN TODO UTILIZANDO EL JUEGO CON REGLETAS A<sup>3</sup>



Addition between fractions as part of a whole using the game with A<sup>3</sup> strips

Adição entre frações como parte de um todo usando o jogo com regletas A<sup>3</sup>

RECIBIDO: 09 MARZO 2017

EVALUADO: 10 SEPTIEMBRE 2017  
EVALUADO: 25 OCTUBRE 2017  
EVALUADO: 29 NOVIEMBRE 2018

ACEPTADO: 8 JULIO 2019

María del Carmen Martínez Villalba  
Magíster en Enseñanza de las Ciencias de la  
Universidad Autónoma de Manizales  
marvi\_201@hotmail.com

Yaneth Milena Agudelo Marín  
Magíster en Enseñanza de las Ciencias de la  
Universidad Autónoma de Manizales  
magudelomarin@autonoma.edu.co

Armando Meza Salgado  
Magíster en Enseñanza de las Ciencias de  
la Universidad Autónoma de Manizales  
armameza@hotmail.com



## RESUMEN

El objetivo de esta investigación fue analizar cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo, a partir de la utilización de las regletas A<sup>3</sup>, con los estudiantes de grado 4<sup>o</sup> en una institución educativa estatal de Córdoba (Colombia). El estudio presenta una metodología cualitativa en la que se detalla el proceso relacionado con la adquisición del conocimiento referente a la suma de fracciones como parte de un todo. Se hace énfasis en el aspecto del juego como estrategia metodológica, basado en la aplicación de las regletas A<sup>3</sup>; mediante estas se orientó a los estudiantes para pudieran ser competentes para interpretar, representar y aplicar la suma de fracciones como parte de un todo. En el desarrollo de esta se presentó una serie de instrumentos que permitieron diagnosticar los obstáculos que los estudiantes registraban frente a la temática del estudio. En esta investigación se planeó y ejecutó una unidad didáctica relacionada con el pensamiento matemático lógico, fundamentada en un modelo seguido por tres momentos concretos paso a paso; estos tres momentos constan de actividades que admiten que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento en la medida en que va realizando las actividades donde evoluciona conceptualmente. Se muestra un análisis de los resultados teniendo en cuenta el antes, durante y después de la intervención de la unidad didáctica.

**PALABRAS CLAVE:** Fracción, relación parte todo, adición entre fracciones, juego, regletas A<sup>3</sup>.

## ABSTRACT

The objective of this research was to analyze changes in the understanding of the process of adding fractions as part of a whole from the use of A<sup>3</sup> strips with 4th grade students in a State Educational Institution in Córdoba (Colombia). The study presents a qualitative methodology, which details the process related to the acquisition of knowledge regarding the sum of fractions as part of a whole. Emphasis is placed on the aspect of the game as a methodological strategy, based on the application of the A<sup>3</sup> rules, through which students were oriented so that through them they could be competent to interpret, represent and apply the sum of fractions as part of a whole. In the development of this one a series of instruments were presented that allowed to diagnose the obstacles that the students registered referring to the thematic of the study. In this investigation a didactic unit related to logical mathematical thought was planned and executed, based on a model followed by three concrete moments step by step, these three moments consist of activities that admit that it is the student who constructs his own knowledge in the measure in which he is carrying out the activities where he evolves conceptually. An analysis of the results is shown, taking into account the before, during and after the intervention of the didactic unit.

**KEYWORDS:** Fraction, relation part all, addition between fractions, game, A<sup>3</sup> rulers.

## RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi analisar as mudanças na compreensão do processo de adição de frações como parte de um todo a partir do uso de tiras A<sup>3</sup> com alunos da 4<sup>a</sup> série de uma instituição educacional estadual de Córdoba (Colômbia). O estudo apresenta uma metodologia qualitativa, que detalha o processo relacionado à aquisição de conhecimento sobre a soma das frações como parte de um todo. A ênfase é colocada no aspecto do jogo como uma estratégia metodológica, baseada na aplicação das regras A<sup>3</sup>, através da qual os alunos foram orientados para que através de les pudessem ser competentes para interpretar, representar e aplicar a soma das frações como parte de um todo. No desenvolvimento deste foi apresentada uma série de instrumentos que permitiram diagnosticar os obstáculos que os alunos registraram referentes à temática do estudo. Nesta investigação foi planeada e executada uma unidade didática relacionada com o pensamento lógico matemático, baseada num modelo seguido de três momentos concretos passo a passo, estes três momentos consistem em atividades que admitem que é o estudante que constrói o seu próprio conhecimento na medida em que está a realizar as atividades onde evolui conceptualmente. Uma análise dos resultados é mostrada, levando em consideração o antes, durante e após a intervenção da unidade didática.

**PALAVRAS CHAVE:** Fração, relação parte todo, adição entre frações, jogo, régulas A<sup>3</sup>.

## PARA CITAR ESTE ARTÍCULO/TO CITE THIS ARTICLE/PARA CITAR ESTE ARTIGO:

Martínez Villalba, M., Agudelo Marín, Y., & Meza Salgado, A. (2019). ADICIÓN ENTRE FRACCIONES COMO PARTE DE UN TODO UTILIZANDO EL JUEGO CON REGLETAS A<sup>3</sup> - Addition between fractions as part of a whole using the game with A<sup>3</sup> strips. Revista Panorama, 13(25). doi:http://dx.doi.org/10.15765/prnm.v13i25.1265

## INTRODUCCIÓN

María del  
Carmen  
Martínez  
Villalba I  
Armando Meza  
Salgado I  
Yaneth Milena  
Agudelo Marín

La vida de un niño está caracterizada por el juego como actividad que le ocupa una “gran” parte del tiempo; puede decirse que aproximadamente hasta los 12 o 13 años es su principal interés. De igual forma, el juego se convierte en un proceso que le permite al niño descubrir la realidad exterior, transformar progresivamente sus ideas en relación con el mundo (López, 1989, p.21).

Esta propuesta investigativa se fundamenta en la niñez, etapa que atraviesan los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria, en la que vivencian o experimentan la necesidad de conocer e interactuar con el mundo que le rodea, unido a la estimulación lúdica que desde la escuela se puede brindar, no como un contenido numérico, pero sí como un recurso metodológico para aprender matemática.

La actividad lúdica y/o recreativa que se puede combinar con el proceso didáctico-matemático, le muestran al niño diferentes posibilidades de modelos e imaginaciones que se amoldan a sus capacidades y a su forma de entender el contexto hasta apropiarse de aquel. En este proceso el docente se convierte en facilitador de una metodología que le permite al estudiante conocer y aprender de la realidad que le rodea, además relacionar cuantitativa y cualitativamente la información y situaciones problemáticas que le ayudarán a avanzar en su desarrollo mental y académico.

Esta propuesta investigativa es concebida en general desde una perspectiva constructivista del aprendizaje.

Actualmente resulta inapropiado hablar de un constructivismo con un enfoque unificado, ya que existen diversas concepciones: Ausubel, Driver, Vygotsky, coinciden en considerar que: “los niños adquieren espontáneamente sus propios conceptos acerca de los fenómenos naturales del mundo externo, sin influencia directa de adulto, basados en su propio desarrollo” (Claret, 1996, p.2).

Es entonces a los educadores a quienes les compete la innovación pedagógica, estratégica o científica para obtener fruto del trabajo de los niños y hacer de la actividad pedagógica un momento de disfrute, de

aprendizaje y de colaboración que les haga despertar día a día el interés por las matemáticas como oportunidad de crecimiento y desarrollo social.

Teniendo en cuenta lo anterior, se considera indispensable aplicar una estrategia didáctica basada en la actividad del juego, que contribuya a entender de manera lógica la adición entre fracciones como parte de un todo, así como también a comprender, interpretar, resolver, proponer y calcular problemas relacionados con esta operación como parte de un todo en los estudiantes de grado cuarto de básica primaria de la institución educativa referenciada del municipio de Planeta Rica, Córdoba.

## MARCO TEÓRICO

Teniendo en cuenta los fines, categorías y subcategorías de esta investigación, a continuación se presentan los soportes teóricos:

### CONCEPTO DE FRACCIÓN

Al hacer una revisión del concepto de fracción, se encuentran diferentes planteamientos; en este trabajo tendremos en cuenta lo planteado por Freundenthal (1983, p.10), quien establece que “las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional, una fuente que nunca se seca. Es la palabra con la que entra el número racional y está relacionada con romper: fractura”.

La comprensión de la división de la unidad, es decir, pasar del concepto de número Natural al concepto de número Fraccionario requiere haber abarcado un trabajo sobre la unidad, su partición en partes congruentes tomando el estatus de número (teniendo en cuenta unidades fraccionarias:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ...), sin perder la noción de la unidad, así como una extensión de significados en el concepto del número fraccionario en cualquier situación dada, es decir, saberlo contextualizar.

El hecho de saber contextualizar el sistema de los números fraccionarios debe llevar al estudiante a interpretar las fracciones en diferentes contextos. Autores como Kieren (1993), entre otros, señalan que las particiones y reparticiones en partes iguales ocupan un lugar privilegiado en la escogencia de las competencias

Panorama I  
pp. 39-49 I  
Volumen 13 I  
Número 25 I  
Julio-Diciembre I  
2019 I  
ISSN impreso I  
1909-7433 I  
ISSN en línea I  
2145-308X I

de base requeridas para el aprendizaje de las fracciones. Brousseau (1981, 1986), otro autor reconocido, ha insistido sobre la distinción entre fracción, medida y operación lineal en la construcción, para que los estudiantes puedan observar los modelos matemáticos destinados a generar situaciones a partir de problemas físicos que pueden generar ciertos resultados (rationales). Por otro lado, los contextos discretos o continuos son relevantes a las diferentes maneras de realizar las aprehensiones al realizar las particiones y reparticiones (Streefland, 1991). Por su parte, Douady (1986), privilegia las interacciones entre marcos matemáticos y físicos, para plantear problemas que generen invariantes necesarias para la conceptualización de número racional.

Estudios didácticos como los realizados por Freudenthal (1994-b), están centrados en la propuesta de líneas generales para la construcción dentro del contexto escolar de los números racionales, y algunos de ellos han permitido el estudio de variables desde lo cognitivo .

Por otra parte, diferentes análisis y estudios que han realizado pedagogos para la enseñanza de las matemáticas, desde varios puntos de vista o perspectivas, han mostrado que los estudiantes conceptualizan el sistema numérico de los naturales operándolos y relacionándolos de acuerdo con sus experiencias y enseñanza que aprenden en la escuela. Autores como Brissiaud (1989) y Kamii (1984, 1985), coinciden que la comprensión del número es mucho más que el aprendizaje de la sucesión numérica y el aprendizaje de la lectura y escritura de los numerales; consideran que es, ante todo, el proceso de apropiarse de un sistema de signos como herramienta cultural en diferentes contextos en los cuales los niños tengan que resolver problemas relativos a la comparación de la extensión de las cantidades de varias colecciones.

Sistemas de representación utilizados en la relación parte- todo

Los autores referidos plantean ocuparse primeramente en objetos concretos, efectuando traslaciones de este modo de representación a las representaciones oral y escrita, teniendo en cuenta que es necesario empezar introduciendo el significado en la medida que se realizan las actividades con material manipulativo y se realicen traslaciones mediante este, llegando a las

representaciones escritas y orales empleando símbolos y palabras; se busca también que este proceso de resultados se dé en dirección contraria, es decir, mediante el planteamiento de una representación escrita y oral de fracciones en relación con el significado parte-todo, para los estudiantes realicen la trasposición a una representación concreta con el material que manipulan.

Bruner (1984), diferenció tres tipos esenciales mediante los cuales las personas representan sus modelos mentales y la realidad. Primeramente, el sistema inactivo como procesos sensoriales y motores de las experiencias físicas. Segundo, el sistema icónico, el cual consiste en representar cosas mediante una imagen o esbozo espacial, independientemente de la acción y, tercero, la simbólica, que consiste en representar una cosa mediante un símbolo arbitrario que en su forma no guarda relación con la cosa representada.

#### *ADICIÓN DE FRACCIONES*

Referente a la adición de fracciones, se pueden tener en cuenta consideraciones importantes como las hechas por Gairin (2003, p.248):

Los conceptos de suma y resta de fracciones positivas están asociados a la agregación o disgregación de cantidades de una misma magnitud. Los correspondientes algoritmos de cálculo se justifican por la necesidad de medir ambas cantidades con la misma subunidad y, por tanto, por la necesidad de operar con fracciones equivalentes.

Es así como el proceso es entendido como la combinación de dos o más fracciones en un número equivalente (llamado suma), representado por el símbolo +.

#### *LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y LAS FRACCIONES*

En el transcurso del proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas se intenta que los estudiantes afiancen las habilidades y las destrezas para solucionar situaciones problémicas. El NCTM (2000, p.55), propone:

La resolución de problemas constituye una parte integral de todo el aprendizaje de las matemáticas y por eso no debería ser una parte aislada del programa de esta disciplina. Resolver problemas no es solo un objetivo

del aprendizaje de las matemáticas, sino también una de las principales maneras de hacerlo.

María del  
Carmen  
Martínez  
Villalba |  
Armando Meza  
Salgado |  
Yaneth Milena  
Agudelo Marín

Es importante tener presente lo que implica resolver una situación problemática en matemáticas, por eso hay diferentes visiones. Para el caso, Santos (1997), dice que el problema está relacionado con la relatividad con que una persona intente solucionar una situación: lo que para algunos puede ser un problema, para otro resulta ser una actividad posible de solucionar. Las situaciones que un estudiante soluciona deben estar relacionadas con sus experiencias, el contexto y las competencias científicas o laborales. Que el docente desarrolle en sus estudiantes la destreza y habilidad de resolver situaciones problemáticas es de gran importancia, brindando un entorno escolar que lo motive a explorar, animarse a investigar y socializar sus resultados el uno con el otro.

En el artículo *Cómo enseñar a los niños a resolver problemas de matemáticas*, se plantea que, desde la psicología evolutiva, los niños menores de doce años tienen la necesidad de tener contacto físico con los objetos que presenta la situación problemática, manipularlos, para así poder entender mejor, ya que él no dispone de la habilidad de pensar en abstracto de manera efectiva, entonces la clave está en mostrarles a los niños los problemas de forma concreta, haciendo concreto lo abstracto (Cardelli, 2012).

Es importante tener en cuenta que en la resolución de situaciones problemáticas son muchos los factores, procesos o estrategias que inciden para que esto se dé, uno de ellos es el proceso metacognitivo que el estudiante puede hacer en el momento en que se ve enfrentado a una situación que requiera en él un mejor desempeño. Según lo expuesto por el grupo de Investigación sobre el aprendizaje de las ciencias, departamento de Física, Universidad de Alcalá, integrado por Juan Miguel Campanario Larguero, José Cuerva Moreno, Aida Moya Libroero y José C. Otero Gutiérrez (p. 40), quienes consideran que la metacognición aparece nuevamente en el amplio dominio de la resolución de problemas de ciencias. La resolución de problemas es una fuente notable de dificultades para los alumnos y algunos autores constatan un fracaso casi generalizado. Por otra parte, llevados por el operativismo mecánico, los alumnos rara vez analizan la validez de las soluciones que obtienen en los problemas, de manera que soluciones

numéricamente absurdas se aceptan sin dificultad como válidas (Campanario, 1995). Este grupo, por otro lado tiene en cuenta a Swanson (1990), quien estudió las estrategias utilizadas durante la resolución de problemas por sujetos con altos y bajos niveles de aptitud académica y metacognición. Los resultados indican que los sujetos con alta aptitud académica y metacognición utilizan un conjunto de estrategias más rico. Los individuos con alto nivel metacognitivo resolvieron problemas mejor que los individuos con bajo nivel metacognitivo. Pero los sujetos con alto nivel metacognitivo y baja aptitud académica lo hicieron significativamente mejor que los sujetos con alta aptitud académica, pero bajo nivel metacognitivo. Ello parece indicar que el alto nivel metacognitivo puede compensar las deficiencias en la aptitud académica en tareas de resolución de problemas. (Campanario, Cuerva y Moya, 1998, p.40).

En este proceso realizado al estudiante utilizando diversas estrategias, se le pudo cuestionar valiéndose de diferentes tipos de preguntas metacognitivas: dirigidas hacia los procesos, que requieren precisión y exactitud (descriptivas), abiertas para fomentar el pensamiento divergente, para elegir estrategias alternativas, que llevan al razonamiento, comprobar hipótesis o insistir en el proceso, motivadoras de generalización y las preguntas que estimulan la reflexión y controlan la impulsividad: ¿cómo lo has hecho?, ¿qué estrategias has usado para resolverlo?, ¿hay otras opciones?, ¿de qué otra manera se podría haber hecho?, ¿hay alguna otra respuesta o solución?, ¿por qué has hecho eso así y no de otra manera?, ¿por qué has escrito o dicho eso?, ¿qué sucedería si en lugar de este dato, usaras otro?, ¿qué pasos debiste realizar para completar tu tarea?.

En la resolución de situaciones problemáticas no se puede desconocer la importancia que tiene en el proceso de enseñanza - aprendizaje las ciencias cognitivas, ya que estas comprenden gráficas para simbolizar y examinar las situaciones problemáticas con la finalidad de entender las formulaciones y planear rutas de solución. Se pueden evidenciar que algunas de estas habilidades y destrezas son: graficar un esquema, hallar una situación similar, simplificar la situación de forma clara. “La adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas, que subyacen a las distintas tareas y situaciones que el sujeto es capaz de ir resolviendo a medida que avanza en su desarrollo” (Piaget, 1979, p.102).

Panorama |  
pp. 39-49 |  
Volumen 13 |  
Número 25 |  
Julio-Diciembre |  
2019 |  
ISSN impreso |  
1909-7433 |  
ISSN en línea |  
2145-308X |

Se dice, entonces, que las personas muestran incomparables fases de progreso y prácticas cotidianas. El análisis de los métodos mentales como la atención, la percepción, lenguaje, memoria, análisis y resolución de problemas, categorías y conceptos, desarrollo cognitivo, representaciones, conciencia y aprendizaje. El objetivo principal es el de entender cómo se dan estos procesos en las personas, intentando justificar lo que pasa en el mundo interior.

### *EL JUEGO EN LA PEDAGOGÍA*

Cuando se habla del juego, se encuentran conceptos que lo definen bajo diferentes enfoques desde la antigüedad hasta nuestros días, pasando por los griegos hasta la educación clásica en la época de Homero, cuando fue considerado como “distracciones elegantes de los caballeros” (Marrou, 2004, p.28). El siglo XVIII trajo consigo el pensamiento moderno, en el que se empezó a consolidar una teoría del juego desde su naturaleza, aportando y rescatando la importancia que tiene en la cultura y en la educación, dando el juego libertad, vitalidad y convirtiéndose en elemento indispensable para el desarrollo de todos los seres humanos. El juego proporciona alegría, placer, satisfacción y puede llevar al niño a crear, soñar, viajar o transportarse entre la ficción y la realidad (Triana, 2013).

Expertos en psicología y pedagogía afirman que el juego en los niños es una actividad mental y física importante que ayuda al progreso del estudiante de manera agradable e integral. El juego es una forma que tienen los niños de manifestarse, una forma de lenguaje, por medio de la cual el niño permite que aflore su personalidad; durante la formación del niño se debe ayudar con su desarrollo mediante diversos juegos funcionales que pueden contribuir a que alcance su ubicación en el espacio y el tiempo, coordinación psicomotriz, progreso sensorial y perceptivo (Crespillo, 2010, p.14).

Se ha dicho que el juego es considerado como una práctica lúdica, de placer, goce, progreso cognitivo, social y emocional, que es necesario entender el juego y sus diferentes expresiones en el ambiente educativo, pero especialmente entender cómo el juego es una excusa para lograr avances en las etapas del pensamiento creativo, desde la valoración de las estructuras convergentes y divergentes (Romero, 2013).

### *UNIDAD DIDÁCTICA*

Se entiende por Unidad didáctica toda unidad de trabajo de duración variable, que organiza un conjunto de actividades de enseñanza y aprendizaje y que responde, en su máximo nivel de concreción, a todos los elementos del currículo: qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar. Igualmente, la unidad didáctica es entendida como una unidad de programación, que contempla la intervención y participación de todos los elementos que constituyen el proceso de enseñanza-aprendizaje, y que además tiene coherencia metodológica implícita y en un periodo de tiempo determinado (Antúnez, 1992).

La manera de elaborar y ejecutar una unidad didáctica en relación con el pensamiento matemático lógico se fundamenta en un modelo seguido por tres momentos concretos paso a paso; estos tres momentos constan de actividades que admiten que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento en la medida en que va realizando las actividades donde evoluciona conceptualmente (Sánchez, Castaño & Tamayo, 2015).

### *REGLETAS A<sup>3</sup>*

Las regletas A<sup>3</sup> son un juego de aplicación matemática, creadas por un grupo de docentes de educación básica secundaria en el año 2000; este nombre es producto de las iniciales de sus creadores (Armando Meza, Armando Quintero, Antonio Barrios). Se utilizan para enseñar conceptos relacionados con fracción como parte todo. En el material hay 30 regletas en total (Meza & Barrios, 2010).

### *METODOLOGÍA*

Strauss y Corbin (2002), en relación con el término “investigación cualitativa”, afirman que este es cualquier tipo de investigación a la que no se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cualificación. Los métodos cualitativos pueden usarse para explorar áreas sustantivas sobre las cuales se conoce poco o mucho, pero se busca obtener un conocimiento nuevo (Stern, 1980). Por tal razón, se considera pertinente la metodología cualitativa a la presente investigación, con

el objetivo de analizar cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo, a partir de la utilización de las regletas A<sup>3</sup>.

María del  
Carmen  
Martínez  
Villalba I  
Armando Meza  
Salgado I  
Yaneth Milena  
Agudelo Marín

La investigación cualitativa es indispensable y encaja en el tipo de investigación desarrollada, ya que proporciona tres componentes principales a tener en cuenta: primero, se nutre de los datos obtenidos por medio de las distintas fuentes de información; para este caso, se aplicaron las encuestas, se realizaron las observaciones, los documentos y los registros aplicables a cada una de las etapas de la investigación. En segundo lugar, están los procedimientos, los cuales sirven para la organización e interpretación de los datos obtenidos, tales como conceptualizar y reducir los datos, construir categorías de términos de sus propiedades y dimensiones y responderlos mediante una sistematización coherente; y, por último, se realizan los informes escritos, los cuales tendrán como objetivos la socialización de los resultados a la comunidad académica y científica por medio de revistas, charlas, congresos.

En síntesis, la investigación cualitativa aplicada en esta investigación permitió que las teorías fundamentadas en los datos obtenidos generaran conocimiento, aumentarían la comprensión y metacognición, al mismo tiempo que brindarían una guía significativa para aprender a hacer con el saber.

Dentro del marco de la propuesta investigativa se tiene en cuenta las siguientes etapas:

Gráfica 1. Esquema de las etapas del proceso investigativo



Fuente: elaboración propia, 2017.

Referente a la caracterización de la unidad de trabajo, los instrumentos para la recolección de datos (cuestionarios, juego de regletas A<sup>3</sup>), fueron trabajados con 40 estudiantes de grado 4° de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Candelaria, con edades entre los 9 y 10 años. La muestra obtenida corresponde al 25%, que fueron seleccionados en forma aleatoria; los instrumentos se le aplicaron al total del grado, para evitar que alguno de los estudiantes se sintiera excluido del proceso, pero en el momento de la sistematización se tuvo en cuenta solo el porcentaje seleccionado al azar.

El acontecer con las categorías a analizar en esta investigación está dada en la manera de elaborar y ejecutar una unidad didáctica en relación con el pensamiento matemático lógico, que se fundamenta en un modelo seguido por tres momentos concretos paso a paso; estos tres momentos constan de actividades que admiten que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento, en la medida en que va realizando las actividades donde evoluciona conceptualmente.

En el primer momento, denominado ubicación, se detectan las dificultades que tienen los estudiantes, y esto se puede evidenciar a partir de sus ideas previas. En el segundo momento, o de desubicación, es donde se aplica las estrategias didácticas basadas en el análisis que se obtiene de los obstáculos presentados del primer momento, mostrándose en estas diferentes formas de interpretación del concepto, involucrando problemas auténticos y preguntas de tipo metacognitivas, en donde el estudiante autorregula el proceso en relación con sus obstáculos identificados anteriormente. En el tercer momento, o reenfoque, se aborda la temática de estudio con situaciones problemáticas más elaboradas, en donde se involucran los componentes anteriores (obstáculos, uso de diferentes lenguajes, preguntas de autorregulación metacognitiva) (Sánchez, Castaño & Tamayo, 2015b).

## RESULTADOS

Como resultados se presenta la interpretación y el análisis descriptivo que permitió hacer la triangulación, teniendo en cuenta las categorías y subcategoría.

Es así como durante el diseño y aplicación del juego con las regletas A<sup>3</sup> se pudo observar –en la gran mayoría

Panorama I  
pp. 39-49 I  
Volumen 13 I  
Número 25 I  
Julio-Diciembre I  
2019 I  
ISSN impreso I  
1909-7433 I  
ISSN en línea I  
2145-308X I

de los estudiantes participantes en esta propuesta investigativa- el disfrute de dicha actividad, observable mediante las diferentes gesticulaciones y expresiones verbales donde se reflejaba en ellos gran placer, notándose además un interactuar constante en cada uno de ellos; asumieron la actividad con la alegría que trae consigo un juego, aunque sin ellos saberlo iban adquiriendo un aprendizaje significativo, acorde con lo dicho por Triana (2013b).

Durante la aplicación de los *pretest*, los 10 estudiantes presentaron dificultades relacionadas con el planteamiento y resolución de situaciones problemas; a 7 de ellos, aparte de esto, también se les dificultó resolver situaciones aditivas con las fracciones, y 4 estudiantes presentaron todas estas más la relacionada con la interpretación de la fracción como parte -todo. Recogiendo los datos aportados por la población objeto de estudio en los diferentes momentos del juego de las regletas A<sup>3</sup>, en cada caso lo identificado en los estudiantes es lo siguiente:

(1-JM), quien inicialmente presentaba dificultades en la distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, logró superarlas con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>. Luego de la actividad el estudiante mostró que le fue útil, pues logró la conceptualización de la fracción y su adición como parte de un todo, planteó situaciones problemáticas y dio soluciones a ellas, aunque continuó con dificultades en el momento de redactar el enunciado. Esto se evidenció mediante la producción textual que realizó, predominando en esta las representaciones pictóricas.

(2-AM), en el estudiante se evidenció que le fue de provecho, ya que pudo superar las dificultades presentadas, relacionadas con la **adición, planteamiento y resolución de situaciones problemáticas**. Redactó problemas y presentó las soluciones, por tanto, se puede ver que logró superar los obstáculos con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>, experiencia que les permite a los estudiantes la posibilidad de hacer concreto lo abstracto. Se observó en su producción la representación de forma pictórica en el momento de dar respuesta.

(3- AY), lo que se observa en este estudiante es que luego de hecha la actividad del juego con las regletas A<sup>3</sup> (manipulación de regletas- concreto), se nota que le

ha sido fructífera, ya que pudo superar las dificultades presentadas, relacionadas con la **distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemáticas**. Redactó problemas y presentó soluciones, por tanto, se pudo ver su avance con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>. Para evidenciar lo anteriormente citado en la etapa de evaluación, él presentó en su redacción una situación problemática a la cual le dio solución de forma abstracta, acompañada de la representación pictórica.

(4-JJ), para este caso, aunque su redacción sigue teniendo aspectos por mejorar, realizado el juego con las regletas A<sup>3</sup> se observa que le ha sido útil porque demuestra haber superado en gran parte las dificultades presentadas, que eran **planteamiento y resolución de situaciones problemáticas**, escribió problemas y presentó las soluciones, por tanto, se puede decir que logró mejorar con la aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup>. Para llegar a la respuesta de la situación, que es una adición, realizó un proceso de ubicar las regletas una seguida a la otra y buscar otras regletas que serían la respuesta, ubicándolas arriba de las anteriores (concreto), pero también lo presentó en forma abstracta cuando lo representó en términos aritméticos.

(5-MM), se adueñó de signos en diferentes contextos para resolver la problemática planteada; se nota errores de redacción en su escrito, aunque la solución planteada al problema es acertada. Desarrolló el juego con las regletas A<sup>3</sup> y se notó sus avances porque mejoró en gran parte las dificultades presentadas en adición, **planteamiento y resolución de situaciones problemáticas**.

(6-FG), muestra haber mejorado en gran parte las dificultades presentadas, que eran **planteamiento y resolución de situaciones problemáticas**, escribió problemas y presentó las soluciones de forma pictórica; justificó sus respuestas de forma oral en el momento de socializar su producción.

(7-LM), inicialmente presentaba dificultades en la **distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas**. Posterior a la aplicación de las regletas A<sup>3</sup> pudo distinguir correctamente los términos de las fracciones, planteando y solucionando

problemas aditivos entre fracciones; explicó oralmente la solución a sus compañeros. Su avance notorio pudo ser evidenciado en lo pictórico y abstracto.

María del

Carmen

Martínez

Villalba I

Armando Meza

Salgado I

Yaneth Milena

Agudelo Marín

(8-JP), presentaba dificultades en la **distinción de cada uno de los términos de la fracción, así como su función, adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas**. Esta situación se superó con la aplicación de las regletas  $A^3$ , pues formuló y solucionó situaciones problemáticas, aunque es necesario seguir reforzando lo concerniente a la argumentación y redacción. Su trabajo fue pictórico y abstracto.

(9-SA), inicialmente presentaba dificultades en la **adición, planteamiento y resolución de situaciones problemas**; luego de usar las regletas  $A^3$  logró plantear y resolver situaciones problemáticas de forma pictórica y abstracta.

(10-JM), tenía dificultades en el **planteamiento y resolución de situaciones problemas**. Esto se superó, ya que presentó escritos donde mostró situaciones problemáticas, a la vez que las solucionó de forma pictórica y abstracta.

Debido a las anteriores situaciones se retoman aportes como los de: Freudenthal (1983c) y Streefland (1991,1993b). Ante esto es preciso favorecer entornos que reconozcan el desarrollo de conocimientos reflexivos que brinden al estudiante la edificación de relaciones y representaciones simbólicas mediante su propia práctica, llevándolos a la realización, interpretación, discusión y representación de procesos de procedimiento a situaciones problemáticas referentes a las operaciones con fracciones y su descripción en los niveles concretos y simbólicos. Los estudiantes rehacen mentalmente sus vivencias diarias en un contexto de interacción, sobresaliendo condiciones lúdicas mientras se lleva a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje con fracciones.

Para esto se hace indispensable la configuración de un proceso mental de abstracción:

El proceso de abstracción es sumamente complejo, pues requiere de planeación detallada para lograr que los estudiantes lo alcancen con éxito. No se enseña a abstraer, pero por medio de la formulación de preguntas es posible inducir a efectuar

procesos mentales propios del pensamiento matemático para abstraer propiedades, procesos, entre otros, de los objetos tangibles que se utilizan en el aula, lo que finalmente converge en el aprendizaje de los conceptos que se pretenden enseñar. (Villarreal & Romero, 2017 pag.32).

Se plantea desde la psicología evolutiva que los niños menores de doce años tienen la necesidad de tener contacto físico con los objetos que presenta la situación problemática, manipularlos, para así poder entender mejor, ya que ellos no han desarrollado la habilidad de pensar en abstracto de manera efectiva, entonces la clave está en mostrarles a los niños los problemas de forma concreta, haciendo concreto lo abstracto (Cardelli, 2012c).

Los niños, al manipular las regletas  $A^3$ , las observaban de manera exploratoria, lograban por su cuenta encontrar equivalencias en superficies, aunque argumentando en algunas oportunidades que “ocupan el mismo espacio”, como si fuese un volumen; el manipular y la confrontación de las regletas los llevó a establecer la relación de equivalencia, por tanto, esto es concordante con lo presentado por Cardelli.

Los conceptos de suma y resta de fracciones positivas están asociados a la agregación o disgregación de cantidades de una misma magnitud. Los correspondientes algoritmos de cálculo se justifican por la necesidad de medir ambas cantidades con la misma subunidad y, por tanto, por la necesidad de operar con fracciones equivalentes (Gairin, 2000b).

Al establecer con las regletas  $A^3$  las equivalencias, los estudiantes pudieron obtener diferentes respuestas de la suma entre fracciones en forma ágil.

Según lo que consideran los expertos en psicología y pedagogía, se afirma que el juego en los niños es una actividad mental y física importante que ayuda al progreso del estudiante de manera agradable e integral. El juego es una forma que tienen los niños de manifestarse, una forma de lenguaje, por medio de la cual el niño permite que aflore su personalidad; durante la formación del niño, se debe ayudar con su desarrollo mediante diversos juegos funcionales que pueden contribuir a que alcance su ubicación en el espacio y el tiempo,

Panorama I

pp. 39-49 I

Volumen 13 I

Número 25 I

Julio-Diciembre I

2019 I

ISSN impreso I

1909-7433 I

ISSN en línea I

2145-308X I

coordinación psicomotriz, progreso sensorial y perceptivo. (Crespillo, 2010, p.14b).

Lo anterior es confirmado durante la aplicación de la unidad didáctica basada en el juego de las regletas A<sup>3</sup> mediante las manifestaciones de los niños, los gestos, las palabras, sus gráficos y escritos, ratificando el progreso de ellos en cuanto a los cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo.

La aplicación del juego de las regletas A<sup>3</sup> ha sido una estrategia metodológica que contribuye a la comprensión lógica de la adición entre fracciones como parte de un todo, en los estudiantes de grado cuarto, de una forma considerada como un currículo oculto, toda vez que ellos centran su atención en el juego y lo que este trae consigo, sin darse cuenta que durante él se logran aprendizajes significativos relacionados con las fracciones. Expresado en otro contexto: se ha dicho que el juego es considerado como una práctica lúdica, de placer, goce, progreso cognitivo, social y emocional; que es necesario entender el juego y sus diferentes expresiones en el ambiente educativo, pero especialmente entender cómo el juego es una excusa para lograr avances en las etapas del pensamiento creativo, desde la valoración de las estructuras convergentes y divergentes (Romero, 2013b).

## DISCUSIÓN

Con la aplicación de la presente propuesta de trabajo en los estudiantes de grado cuarto, se pudo comprobar – mediante el análisis de los procesos- que sí se obtuvieron cambios favorables en la comprensión del proceso de la adición con fracciones como parte de un todo utilizando el juego de las regletas A<sup>3</sup>. Estos cambios se evidencian en los procesos realizados por los estudiantes por medio de las diferentes representaciones matemáticas:

- Una mejor conceptualización en los estudiantes sobre la adición de fracciones como parte de un todo (concreto), reflejado en el uso de las regletas A<sup>3</sup>, ya que en el diagnóstico inicial se encontraron debilidades o dificultades en las conceptualizaciones elaboradas por los estudiantes, y posterior a la aplicación de la unidad didáctica con el uso de las regletas A<sup>3</sup>, se hizo notorio que los estudiantes elaboraban una conceptualización sobre la adición de fracciones como parte de un todo de una manera eficaz.

- Desarrollo de actividades por parte de los estudiantes, lo que permitió evidenciar el progreso de la comprensión de la adición entre fracciones como parte de un todo mediante de la representación gráfica de la operación matemática planteada (pictórica).

- Solución a problemas planteados por el docente y por el mismo estudiante, donde se hace necesaria la aplicación de los conocimientos sobre la adición de fracciones (abstracto). Este proceso se logró luego de la puesta en práctica del juego de las regletas A<sup>3</sup>, haciendo más comprensivo y razonable la adición de fracciones como parte de un todo, es decir, se generó un ambiente propicio para el aprendizaje significativo. Los avances en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo fueron notorios en la mayoría de los estudiantes, que ensayaron alternativas poco comunes en situaciones similares a resolver; por lo tanto, se dejó ver que las matemáticas pueden ser amenas (lúdicas), e integrarse a las actividades diarias, para así poder comprenderlas mejor y analizarlas dentro de situaciones reales.

En un estudio titulado *Formación docente y desarrollo profesional situado para la enseñanza del lenguaje y matemáticas en Colombia*, de acuerdo con el hallazgo de la revisión de literatura se concluye:

... la gran mayoría de estudios demuestran la preocupación y el interés de todos los actores del sistema educativo por lograr el mejoramiento de la instrucción de la enseñanza y del aprendizaje de competencias lectoras y matemáticas, necesarias para el mejoramiento de la calidad educativa a nivel regional, nacional e internacional, desde la educación inicial en las áreas de lenguaje y matemáticas. (González & Díaz, 2018, p.15)

Implementar el juego de las regletas A<sup>3</sup> ayuda a enriquecer nuestra relación con los estudiantes, porque mediante el desarrollo de cada actividad se da un acercamiento lúdico que permite eliminar la apatía que muchos estudiantes tienen hacia las matemáticas.

Los estudiantes alcanzaron el desarrollo de competencias en la comprensión de la operación aditiva entre fracciones como parte de un todo, razón por la cual este juego se convierte en una nueva herramienta en la enseñanza de las matemáticas para los estudiantes de grado cuarto.

## REFERENCIAS

- María del Carmen Martínez Villalba | Armando Meza Salgado | Yaneth Milena Agudelo Marín | Panorama | pp. 39-49 | Volumen 13 | Número 25 | Julio-Diciembre | 2019 | ISSN impreso | 1909-7433 | ISSN en línea | 2145-308X |
- Antúnez, S. (1992). Necesidad de la planificación en los centros escolares. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 1, 43-48. Recuperado de: <http://www.grao.com/revistas/aula/001-la-programacion-didactica--planificacion-y-gestion-analisis-de-necesidades/necesidad-de-la-planificacion-en-los-centros-escolares>.
  - Brissiaud, R. (1989). *El Aprendizaje del cálculo más allá de Piaget y de la Teoría de Conjuntos*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
  - Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
  - Bruner, J. (1984). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid, España: Ediciones Morata.
  - Campanario, J. (1995). Los problemas crecen: a veces los alumnos no se enteran de que no se enteran. *Aspectos didácticos de física y química (física)*, 6, 87-126. Zaragoza: ICE, Universidad de Zaragoza.
  - Campanario, L., Cuerva, M., & Moya, L. (1998). La metacognición y el aprendizaje de las ciencias. *Investigación e innovación en la enseñanza de las ciencias*, 1, 36-44.
  - Cardelli, J. (2012). *Cómo enseñar a los niños a resolver problemas matemáticos*. Barcelona, España: Editorial Fontalba.
  - Claret, A. (1996). El constructivismo según Ausubel, Driver y Vygotsky. *Revista actualidad educativa*, 3(12), 20-31.
  - Crespillo, E. (2010). El juego como actividad de enseñanza aprendizaje. *Gibraltar. Revista de Creación literaria y Humanidades*, 68, 14-20. Recuperado de: [https://issuu.com/yuly4/docs/el-juego-como-actividad-de-ense\\_\\_an\\_c6ccb2a2132b51](https://issuu.com/yuly4/docs/el-juego-como-actividad-de-ense__an_c6ccb2a2132b51)
  - Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 11-31.
  - Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Dordrecht, Países Bajos: Reidel.
  - Gairin, J. (2003-2004). Estudiantes para maestros: Reflexiones sobre la instrucción de los números racionales positivos. *Contextos Educativos*, 6(7), 235-260. Universidad de Zaragoza. Recuperado de: <https://publicaciones.unirioja.es/ojs/index.php/contextos/article/view/538/502>
  - Goffree, F. (2000). Principios y paradigmas de una educación matemática realista. En Gorgorió, Deulofeu y Bishop. (Coords.), *Matemática y Educación. Retos y cambios en una perspectiva internacional* (pp. 151-158). Barcelona, España: Editorial Grao.
  - González, A. & Díaz, A. (2018). Formación docente y desarrollo profesional situado para la enseñanza del lenguaje y matemáticas en Colombia. *Revista Panorama*, 12(22), 7-17. DOI:<http://dx.doi.org/10.15765/pnrm.v12i22.1136>
  - Kamii, C. (1984). *El número en la educación preescolar*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
  - Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid, España: Aprendizaje Visor.
  - Kieren, T. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. En Llinares, S. (2003) *Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional*. Chamorro, C. (Coord.). Didáctica de las Matemáticas (187-220). Pearson-Prentice Hall.
  - Marrou, I. (2004). *Historia de la educación en la antigüedad*. Sao Paulo, Brasil: Herder Editorial.
  - Meza, A. y Barrios, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones*. Memoria 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674\\_Propuesta\\_Didctica\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674_Propuesta_Didctica_Asocolme2010.pdf)
  - NCTM. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática. Sevilla: Thales.
  - Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico. Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
  - Romero, V. (2013). *El juego infantil y su metodología*. Barcelona, España: Altamar.
  - Sánchez-Castaño, J., Castaño-Mejía, O., & Tamayo-Alzate, O. (2015). La argumentación metacognitiva en el aula de ciencias. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 13(2), 1153-1168. Recuperado de: <http://www.scielo.org.co/pdf/rlcs/v13n2/v13n2a43.pdf>
  - Santos, L. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Ciudad de México, México: Grupo Editorial Iberoamérica.

25. Stern, P. (1980). Grounded theory methodology: Its uses and processes. *Nursing Scholarship*, 12(1), 20-23.
26. Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquia: Colombia.
27. Streefland, L. (1991). *Las fracciones en la educación de la matemática realista. Un paradigma de la investigación del desarrollo*. Dordrecht, Países Bajos: Editores académicos Kluwer.
28. Swanson, H. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal Educational Psychology*, 82(2), 302-314.
29. Triana, L. (2013). El juego en la pedagogía como lenguaje. *Revista Internacional magisterio*, (61), 18-22. Recuperado de: [https://issuu.com/revistamagisterio/docs/revista\\_internacional\\_magisterio\\_n\\_\\_5d48d07a4e5fb0](https://issuu.com/revistamagisterio/docs/revista_internacional_magisterio_n__5d48d07a4e5fb0)
30. Villarroel, J., & Romero-Leiton, J. (2017), La caja de polinomios y el método tradicional: Dos alternativas didácticas para la enseñanza de la suma y la resta de polinomios, *Panorama* 11(20), pág. 20-32. DOI: <http://dx.doi.org/10.15765/pnrm.v12i22.1136>